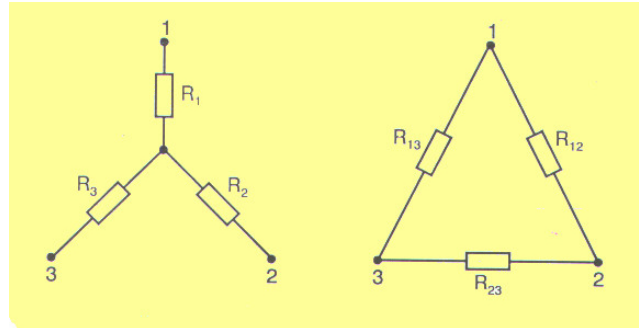


# CIRCUITOS ESTRELA - TRIÂNGULO

Muitas vezes nos deparamos com circuitos elétricos que possuem três resistores interligados nas configurações **estrela** ou **triângulo**.



Isto pode dificultar o cálculo da resistência equivalente do circuito e, conseqüentemente, a análise deste circuito.

Para facilitar os cálculos, é possível transformar a configuração estrela em triângulo e, vice-versa, usando as equações abaixo:

## TRANSFORMAÇÃO

### ESTRELA / TRIÂNGULO

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3}$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_2}$$

$$R_{23} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

### TRIÂNGULO / ESTRELA

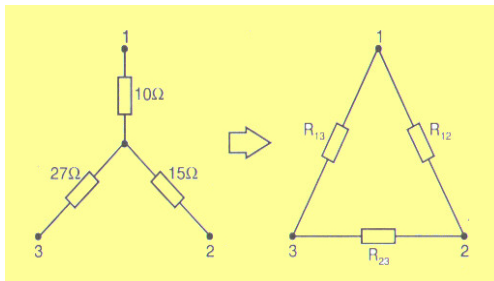
$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

### Exemplos:

- 1) Transforme o circuito estrela em circuito triângulo:



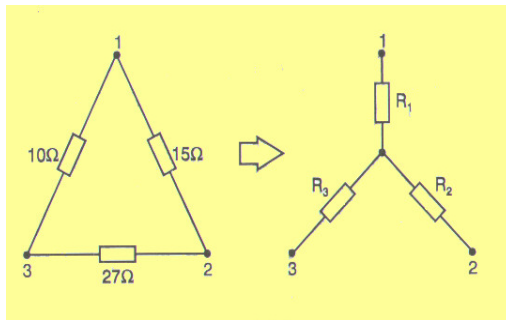
Solução:

$$R_{12} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{27} \Rightarrow R_{12} = 30,56 \Omega$$

$$R_{13} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{15} \Rightarrow R_{13} = 55 \Omega$$

$$R_{23} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{10} \Rightarrow R_{23} = 82,5 \Omega$$

2) Transforme o circuito triângulo em circuito estrela:



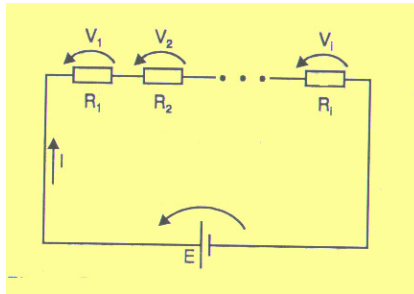
$$R_1 = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10 + 27} \Rightarrow R_1 = 2,88 \, \Omega$$

$$R_2 = \frac{15 \cdot 27}{15 + 10 + 27} \Rightarrow R_2 = 7,79 \, \Omega$$

$$R_3 = \frac{10 \cdot 27}{15 + 10 + 27} \Rightarrow R_3 = 5,19 \, \Omega$$

## DIVISOR DE TENSÃO

Uma associação série de resistores comporta-se como **divisor de tensão**, uma vez que a tensão total aplicada ao circuito subdivide-se entre os resistores, proporcionalmente aos seus valores.



É possível, então obter o valor da tensão em cada resistor em função da tensão total aplicada ao circuito.

A tensão num resistor qualquer  $R_i$  é dada por:  $V_i = R_i \cdot I$  (1) onde:  $i$  = índice de cada resistor (1 até  $n$ )

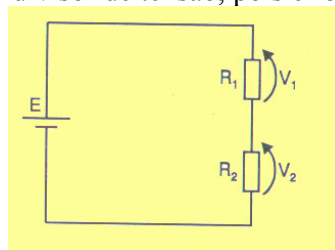
A corrente que passa pelos resistores em série vale:

$$I_1 = E/R_1; I_2 = E/R_2; I_3 = E/R_3 \dots I_n = E/R_n \Rightarrow I = E / R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), temos:  $V_i = R_i \cdot E / R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n$

## DIVISOR DE TENSÃO COM DOIS RESISTORES

É um caso particular do circuito divisor de tensão, pois é formado apenas por dois resistores;



neste caso temos:

$$V_1 = \frac{R_1 \cdot E}{R_1 + R_2} \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{R_2 \cdot E}{R_1 + R_2}$$

### Exemplo:

1) Uma fonte de 15V alimenta um divisor de tensão formado por  $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$  e  $R_2 = 3,3 \text{ k}\Omega$ . Qual o valor das tensões  $V_1$  e  $V_2$ ?

Solução:

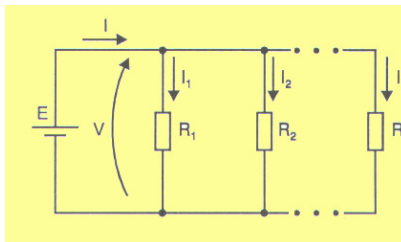
$$V_1 = \frac{2,2 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} \cdot 15 \Rightarrow V_1 = 6V$$

$$V_2 = \frac{3,3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} \cdot 15 \Rightarrow V_2 = 9V$$

ou simplesmente :  $V_2 = E - V_1 \Rightarrow V_2 = 15 - 6 = 9$

### DIVISOR DE CORRENTE

Uma associação paralela de resistores comporta-se como um **divisor de corrente**, uma vez que a corrente total fornecida ao circuito subdivide-se entre os resistores, de forma inversamente proporcional aos seus valores. (*maior a resistência, menor a corrente; menor a resistência, maior a corrente*).



É possível, então, obter o valor da corrente em cada resistor em função da tensão de alimentação ou da corrente total fornecida ao circuito.

A corrente num resistor  $R_1$ , em função da tensão aplicada ao circuito é dada por:

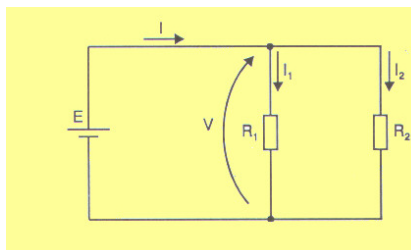
$$I_1 = E/R_1 \quad (1) \quad \text{onde } i = \text{índice de cada resistor (de 1 até } n \text{)}$$

A tensão aplicada nos resistores é calculada por:  $E = R_{eq} \cdot I$  (2)

Substituindo-se (2) em (1) temos:  $I_1 = \frac{R_{eq}}{R_1} \cdot I$  (3) (expressão do divisor de corrente)

### DIVISOR DE CORRENTE COM DOIS RESISTORES

É um caso particular do circuito divisor de corrente, pois é formado apenas por dois resistores;



Neste caso temos:  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (4) Substituindo-se a expressão (4) na expressão (3),  
do divisor de corrente, obtem-se :

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \Rightarrow I_1 = \frac{R_2 \cdot I}{R_1 + R_2}$$

e

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 \cdot I}{R_1 + R_2}$$

### Exemplo:

Uma fonte de tensão alimenta um divisor de corrente formado por  $R_1 = 150\Omega$  e  $R_2 = 1k\Omega$ . O valor da corrente total fornecida pela fonte é de 100mA. Qual o valor das correntes  $I_1$  e  $I_2$  e da tensão da fonte?

Solução:

$$I_1 = \frac{1000 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{1150} \Rightarrow I_1 = 87 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{150 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{1150} \Rightarrow I_2 = 13 \text{ mA}$$

$$\text{Tensão da Fonte : } I_1 = E/R_1 \Rightarrow E = R_1 \cdot I_1 \Rightarrow E = 150 \cdot 87 \cdot 10^{-3} \Rightarrow E = 13,05 \text{ V}$$

## GERADORES C C

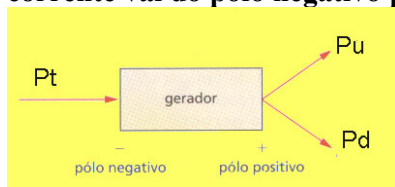
O gerador é um elemento cuja função básica é fornecer energia elétrica às cargas que o atravessam. O gerador converte energia não elétrica ( química, mecânica e outras) em energia elétrica.



A função do gerador é de aumentar a energia potencial elétrica das cargas que por ele passam, fornecendo energia potencial ao circuito externo. Um circuito externo consome a energia elétrica fornecida pelo gerador sob outras formas.

Como o sentido da corrente elétrica no gerador é sempre de aumento de potencial elétrico, **i entra pelo pólo negativo e sai pelo pólo positivo**. Uma corrente elétrica só circula no gerador quando estiver ligado a um circuito externo fechado. Caso contrário, o circuito é aberto.

**Internamente, no gerador, a corrente vai do pólo negativo para o pólo positivo.**



### FORÇA ELETROMOTRIZ (E) – fem

Chama-se **força eletromotriz E** de um gerador à ddp medida em seus terminais, quando ele **não é percorrido por corrente elétrica**. Por essa razão, pode ser também chamada de **tensão em vazio**. ( unidade no SI = Volt = V )

Quando um gerador é **percorrido por corrente elétrica**, **consome uma potência total não elétrica ( Pt)**, **dissipa internamente, por efeito Joule, uma parte dessa corrente (Pd)** e o **restante é eletricamente lançada ao circuito externo (Pu)**.

### POTÊNCIAS NO GERADOR

Potência gerada (total)	Rapidez com que a energia não-elétrica é transformada em energia elétrica.	$P_t = Ei$
Potência útil	Rapidez com que a energia elétrica útil que o gerador fornece é transformada em outras modalidades de energia.	$P_u = Ui$
Potência dissipada	Rapidez com que, no interior do gerador, a energia elétrica é transformada em energia térmica.	$P_d = ri^2$

Para um gerador, temos sempre:

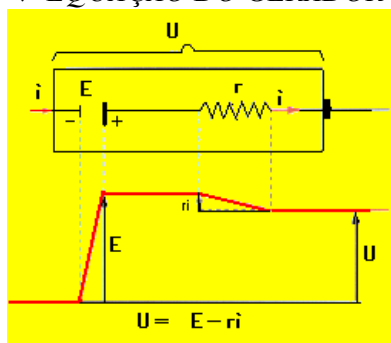
$$P_t = P_u + P_d$$

### EQUAÇÃO DO GERADOR:

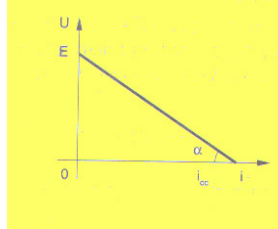
Sabe-se que:  $P_t = P_u + P_d$  (1) e  $E = \frac{P_t}{i} \Rightarrow P_t = Ei$  (2)  $P_u = Ui$  (3) e  $P_d = ri^2$  (4)

Substituindo-se 2,3 e 4 em 1 temos :  $Ei = Ui + ri^2$  ) dividindo-se por  $i$  ) temos :

$$E = U - ri \text{ ou } U = E - ri \Rightarrow \text{EQUAÇÃO DO GERADOR}$$

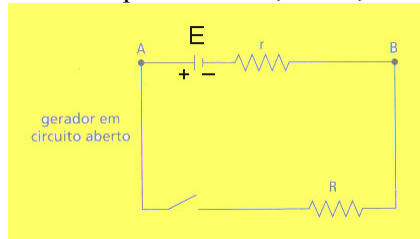


Como a Equação do gerador é uma expressão linear, o gráfico  $U \times i$  de um gerador é uma reta inclinada, que recebe o nome de **Curva Característica do Gerador**. Veja abaixo:

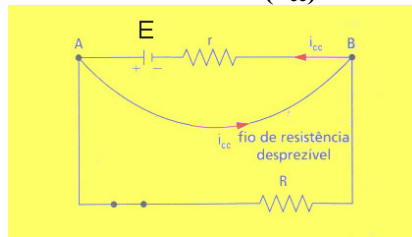


A inclinação  $\alpha$  da reta está relacionada à resistência interna  $r$  do gerador. Da curva característica do gerador, temos:

- a intersecção da reta com o eixo  $U$  corresponde à situação em que **não** há passagem de corrente pelo circuito; então,  $i = 0 \Rightarrow U = E$ .



- a intersecção da reta com o eixo " $i$ " corresponde à situação na qual  $U = 0$ ; ou seja, os pólos do gerador foram conectados por um fio de resistência desprezível e a corrente que circula por ele ( fio ) é denominada **corrente de curto circuito ( $i_{cc}$ )**



- Os terminais do gerador estão curto-circuitados ( $U = 0$ ) logo, a **máxima corrente** que o atravessa é a **corrente de curto-circuito** ( $i_{cc}$ ), portanto se,  $U = E - r i_{cc}$  teremos :  $E - r i_{cc} = 0 \Rightarrow i_{cc} = E/r$
- Podemos dizer que o gerador é um **GERADOR IDEAL** pois tem sua **resistência interna nula**.

### RENDIMENTO ELÉTRICO DE UM GERADOR

Define-se **rendimento elétrico** como sendo o quociente entre a potência elétrica lançada e a potência total não-elétrica consumida pelo gerador.

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} \quad \text{onde } \eta = \text{rendimento do gerador}$$

$$\eta = \frac{U \cdot i}{E \cdot i} = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{U}{E} \quad (0 \leq \eta \leq 1)$$

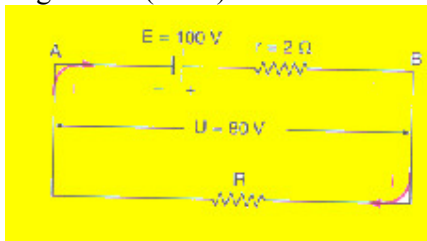
O rendimento percentual é :  $\eta\% = \eta \cdot 100\%$

## EXERCÍCIOS

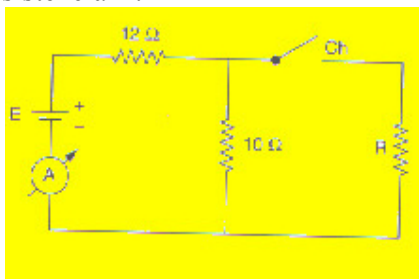
Fuke210

1) Um gerador, de fem  $100\text{V}$  e resistência interna  $2\Omega$ , alimenta um resistor de resistência  $r$ , sabendo que a ddp entre os terminais do gerador é de  $80\text{V}$ , calcule:

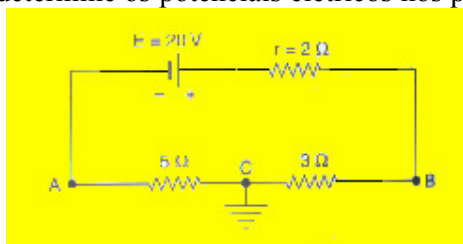
- a intensidade da corrente no circuito ( $10\text{A}$ )
- o valor de  $R$  ( $8\Omega$ )
- o rendimento elétrico do gerador ( $80\%$ )



2) No circuito esquematizado, o gerador e o amperímetro são ideais (resistência interna = 0). Com a chave Ch aberta, o amperímetro indica  $2\text{A}$  e, com a chave fechada indica  $2,2\text{A}$ . Determine o valor da resistência  $R$ .



3) Dado o circuito ao lado, determine os potenciais elétricos nos pontos A e B.



4) No circuito, sabe-se que o resistor de  $10\Omega$  dissipa uma potência de  $14,4\text{W}$ .

- Qual a leitura no amperímetro ideal A?
- Qual a leitura no voltímetro ideal V?
- Qual a fem  $E$  do gerador?
- Qual o rendimento elétrico do gerador?

