

# ELECTRICIDADE

## Corrente Contínua

**Autoria**  
Paulo Peixoto

## Lista de Capítulos

---

**CAPITULO 1** - ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA

**CAPITULO 2** - POTÊNCIA E ENERGIA

**CAPITULO 3** - LEI DE KIRCHHOFF - ANÁLISE DE REDES ELÉCTRICAS

**CAPITULO 4** - TEOREMA DE THÉVENIN E TEOREMA DE NORTON

**CAPITULO 5** - CONDENSADORES

**CAPITULO 6** - GERADORES ELÉCTRICOS

## Capítulo I - Análise circuitos em corrente contínua

### I.1. Notação dos circuitos eléctricos e electrónicos

Na maioria das situações, os circuitos eléctricos e electrónicos têm um referencial comum que se designa por massa, e que se representa pelo símbolo:



Figura 1.1 - Símbolo da massa

A d.d.p. na massa é de 0 V, sendo por isso o potencial de referência de qualquer circuito. Nos circuitos analisados até então não introduzimos esta noção.

Tomemos como exemplo os seguintes circuitos **que são todos equivalentes uns dos outros**.

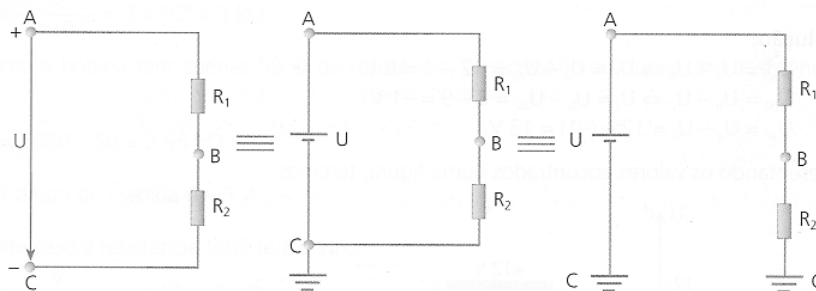


Figura 1.2 - Circuitos eléctricos utilizando a notação de massa.

As tensões aos terminais das resistências são dadas por:

$$\text{Tensão em } R_1 \Rightarrow U_{AB} = U_A - U_B$$

$$\text{Tensão em } R_2 \Rightarrow U_{BC} = U_B - U_C$$

Quando as tensões são referenciadas em relação a um ponto comum ( C ) - **massa** - teremos:

$$\text{Tensão em } R_1 + R_2 \Rightarrow U_{AC} = U_A - U_C$$

$$\text{Tensão em } R_2 \Rightarrow U_{BC} = U_B - U_C$$

## Electricidade

### Corrente Contínua

Neste caso, podemos **dispensar o segundo índice** na representação das tensões, uma vez que o referencial comum ou massa terá sempre um potencial de 0V, assim teremos:

Tensão em  $R_1 + R_2 \Leftrightarrow U_A$  ( em relação á massa )

Tensão em  $R_2 \Leftrightarrow U_B$  ( em relação á massa )

### EXERCICIO RESOLVIDOS

1 .Determinar a tensão na extremidade da resistência (  $U_A$  ) para o circuito da figura 4.65.

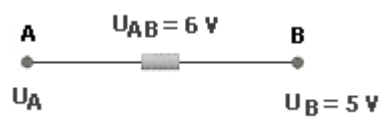


Figura 1.3 - Cálculo da tensão  $U_A$

$$U_{AB} = U_A - U_B \Leftrightarrow U_A = U_{AB} + U_B \Leftrightarrow U_A = 6 + 5 = 11 \text{ V}$$

A tensão na extremidade ( A ) da resistência é de 11 V.

### EXERCICIOS DE APLICAÇÃO - NOTAÇÃO DE REFERENCIAL COMUM ( POTENCIAL NUM PONTO )

1. Determine os valores das tensões  $U_b$ ,  $U_c$  e  $U_{ac}$ , no circuito seguinte - figura 4.66.

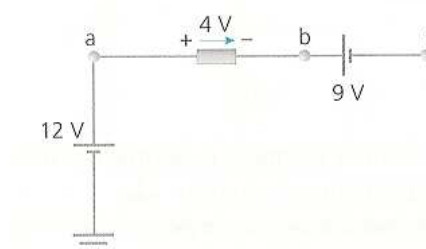


Figura 1.4 - Cálculo da tensão  $U_b$ ,  $U_c$  e  $U_{ac}$ .

## 1.2 Circuitos série

No circuito da figura seguinte temos 3 resistências ligadas umas a seguir às outras e onde a corrente eléctrica, ou seja o movimento dos electrões, só tem um caminho de circulação - estamos perante um **circuito série**. Assinalamos a diferença de potencial, ou tensão aplicada ao circuito, por intermédio de uma seta, que aponta para o potencial mais baixo, ou seja, do + para o - .

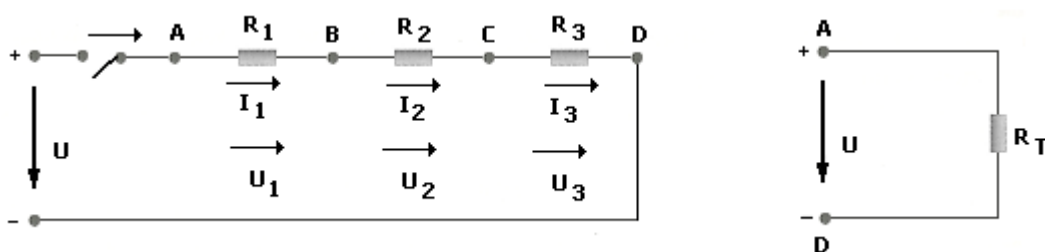


Figura 1.5 - Circuito em série de resistências e seu equivalente.

Analisando o circuito teremos:

1. A **resistência equivalente**, como visto no ponto anterior ( 4.13 ) dada por

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

2. Como vimos á pouco a **corrente eléctrica** só terá um caminho por onde seguir logo, será sempre a mesma ao longo de todo o circuito - diremos que esta é constante ao longo do circuito.

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

3. A **d.d.p. ou tensão** divide-se pela resistências 1, 2 e 3 logo, a tensão total será a soma da tensão na resistência 1 mais, a tensão na resistência 2, mais a tensão na resistência 3. De salientar que, a maior resistência reterá a maior d.d.p. e a menor resistência a menor d.d.p.

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3$$

Em cada resistência teremos, pela Lei de Ohm, a seguinte tensão:

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$U_3 = R_3 \cdot I$$

Sendo a tensão dada por:

$$U_T = R_T \cdot I$$

### 1.2.1 Divisor de tensão

O circuito divisor de tensão não é mais do que um circuito série. É chamado desta forma porque a tensão é dividida entre duas resistências. Isto decorre de uma das propriedades do circuito série, abordada anteriormente, que diz que a soma das tensões de cada resistência é igual à tensão total do circuito.

**A tensão  $U_2$  é proporcional á tensão  $U_T$ . O factor de proporcionalidade é dado pelo quociente entre a resistência  $R_2$  e a resistência total do circuito ( $R_1 + R_2$ ).**

Assim para calcular a tensão na resistência  $R_2$ , utilizamos a formula do divisor de tensão:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times U_T$$

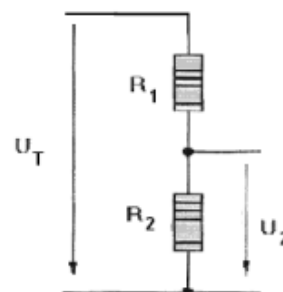


Figura 1.6 - Circuito divisor de tensão

Podemos imaginar a tensão  $U_T$  como uma tensão de entrada e a tensão nos terminais da resistência  $R_2$  a tensão de saída, a ser aplicado a qualquer outro circuito electrónico.

---

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

---

1. Determine a tensão aos terminais da resistência  $R_2$  do agrupamento representado ( figura 1.7 ).

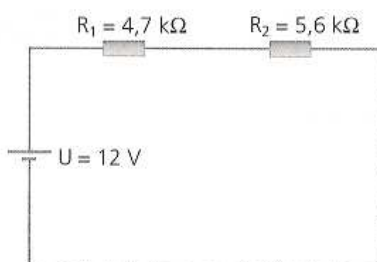


Figura 1.7 - Circuito divisor de tensão

Como temos somente duas resistências, a tensão irá dividir-se proporcionalmente por elas. Podemos aplicar a formula do divisor de tensão, assim:

$$\begin{aligned} U &= 12 \text{ V} \\ R_1 &= 4,7 \text{ K}\Omega \\ R_2 &= 5,6 \text{ K}\Omega \end{aligned}$$

$$U_{R2} = ?$$

$$U_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times U_T \Leftrightarrow U_{R2} = \frac{5,6}{4,7 + 5,6} \times 12 \Leftrightarrow U_{R2} = 6,52 \text{ V}$$

A tensão ou diferença de potencial aos terminais de  $R_2$  é de 6,52 V.

---

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA\_CIRCUITOS SÉRIE**

---

1. Associaram-se em série 3 resistências,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ . O conjunto apresenta um valor óhmico de 870  $K\Omega$ . Se as resistências  $R_1$  e  $R_2$  tiverem, respectivamente, 220  $K\Omega$  e 470  $K\Omega$ , quanto mede a resistência  $R_3$ ?
2. Três resistências de 330  $\Omega$ , 470  $\Omega$  e 1  $K\Omega$  estão ligadas em série a uma fonte de alimentação de 9 V. Calcule:
  - 2.1 O valor da resistência total do agrupamento.
  - 2.2 A intensidade de corrente que percorre o circuito.
  - 2.3 As tensões  $U_1$ ,  $U_2$  e  $U_3$  nos terminais de cada resistência.
3. Determine a tensão nos terminais AB do agrupamento representado na figura 1.8.

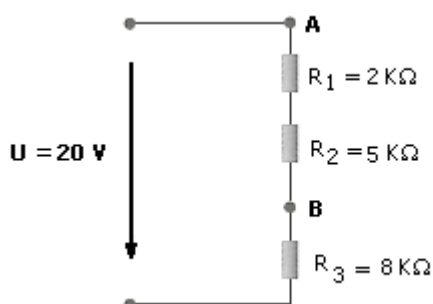


Figura 1.8 - Circuito série de resistências

4. Sabendo que as resistências esquematizadas no circuito da figura 2 são percorridas por uma intensidade de corrente eléctrica de 1,5 mA, calcule:

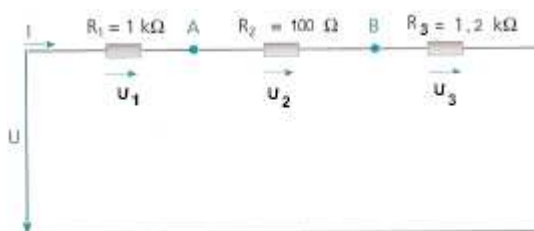


Figura 1.9 - Circuito série em análise

- 4.1 Como estão associadas as resistências? Justifique, convenientemente, a sua resposta.
- 4.2 A queda de tensão em cada resistência.

## 4.3 A tensão da fonte de alimentação

**1.3 Circuitos paralelo**

No circuito que se segue temos 3 resistências ligadas tendo todas dois pontos comuns entre si. A corrente eléctrica, ou seja o movimento dos electrões, tem três caminhos de circulação – estamos perante um **circuito paralelo**.

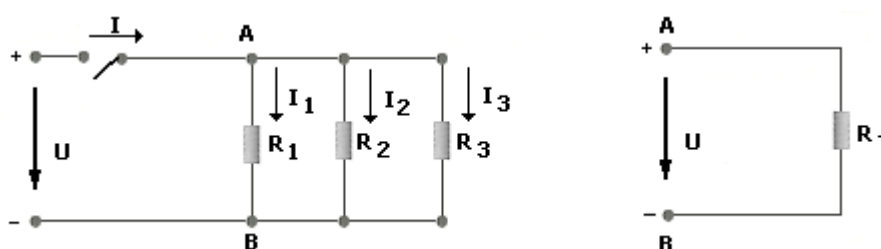


Figura 1.9 - Associação de resistências em paralelo e seu equivalente.

Analisando o circuito teremos:

1. A **resistência equivalente**, é dada pela expressão:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

2. A **corrente eléctrica** como vimos tem três caminhos por onde seguir logo, pela resistências 1, 2 e 3 logo, a intensidade de corrente total será a soma da intensidade de corrente na resistência 1 mais, a intensidade de corrente na resistência 2, mais a intensidade de corrente na resistência 3. De frisar que, pela maior resistência passará a menor intensidade de corrente eléctrica ( pois oferece uma grande barreira á sua passagem ) e, pela menor resistência passará a maior intensidade de corrente eléctrica.

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

3. Nos circuitos paralelo temos sempre dois pontos comuns, logo a **d.d.p. ou tensão** que chegará a cada resistência será sempre a mesma logo, diremos que esta é constante ao longo do circuito.

$$U_T = U_1 = U_2 = U_3$$

Em cada resistência teremos, pela Lei de Ohm, a seguinte intensidade de corrente eléctrica:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \quad I_3 = \frac{U}{R_3}$$



Sendo a intensidade de corrente eléctrica total dada por:

$$I_T = \frac{U}{R_T}$$

### 1.3.1 Divisor de corrente

Da mesma forma que o divisor de tensão, o divisor de corrente não é mais do que um circuito paralelo. O nome provém devido á corrente total se dividir entre as duas resistências. Podemos constatar tal propriedade se atendermos ao número de caminhos que a corrente eléctrica dispõe ou seja, neste caso, dispomos de 2 caminhos logo:  $I_T = I_1 + I_2$

**A corrente  $I_2$  é proporcional á tensão  $I_T$ . O factor de proporcionalidade é dado pelo quociente entre a resistência oposta á pretendida  $R_1$  e a resistência total do circuito ( $R_1 + R_2$ ).**

Assim para calcular a corrente na resistência  $R_2$ , utilizamos a formula do divisor de corrente:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I_T$$

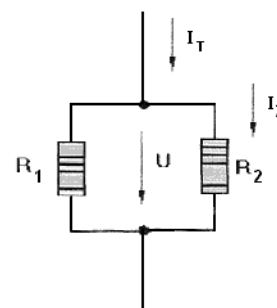


Figura 1.10 - Circuito divisor de corrente

### EXERCICIO RESOLVIDO

1. Considere o circuito da figura 4.60 ao qual se aplica uma tensão contínua de 12 V. Determine:

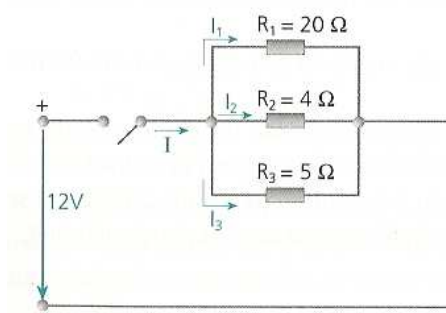


Figura 1.11 - Circuito paralelo de resistências

1.1 A resistência equivalente.

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

$$R_3 = 5 \Omega$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Leftrightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{10}{20} \Leftrightarrow R_T = 2 \Omega$$

A resistência total (equivalente) ao agrupamento é de 2 Ω.

1.2 A intensidade da corrente total no circuito.

$$U = 12 \text{ V}$$

$$R_T = 2 \Omega$$

$$I = ?$$

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{12}{2} = 6 \text{ A}$$

A intensidade total que percorre o circuito é de 6 A.

1.3 A intensidade em cada uma das resistências.

$$U = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

$$R_3 = 5 \Omega$$

$$I = ?$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12}{20} = 0,6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12}{4} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ A}$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \Leftrightarrow I_T = 0,6 + 3 + 2,4$$

$$\Leftrightarrow I_T = 6 \text{ A}$$

As intensidade de corrente eléctrica que percorrem cada resistência são respectivamente 0,6 A, 3A e 2,4 A . Como podemos analisar pelos resultados obtidos, a maior resistência ( 20  $\Omega$  ) é percorrida pela menor intensidade de corrente eléctrica e, por sua vez, a menor resistência ( 4  $\Omega$  ) é percorrida pela maior intensidade de corrente eléctrica, isto porque a menor resistência se opõe menos á sua passagem.

---

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA\_CIRCUITOS PARALELO**

---

1. Se ligarmos quatro resistências de 68  $\Omega$  em paralelo, qual o valor da resistência equivalente?

2. Ligaram-se em paralelo quatro resistências, sendo duas de 120 K $\Omega$  e duas de 680 K $\Omega$ . Aplicou-se ao agrupamento a tensão de 6 V. Determine:

2.1 A resistência equivalente do agrupamento.

2.2 A intensidade de corrente total.

2.3 A intensidade em cada uma das resistências.

3. Foram agrupadas em paralelo as resistências de 1 K $\Omega$ , 1,2 K $\Omega$  e 1,5 K $\Omega$  e o conjunto alimentado á tensão de 12V. Determine:

- 3.1 A resistência equivalente do agrupamento.
- 3.2 A intensidade de corrente total no circuito.
- 3.3 A intensidade de corrente em cada uma das resistências.

## 1.4 Circuitos em série - paralelo ( mistos )

A circuitos onde se encontram simultaneamente associações série e paralelo dá-se o nome de **circuitos mistos**. Para determinar a **resistência** equivalente é necessário substituir sucessivamente as associações principais pela sua resistência equivalente, o que vai simplificando o circuito. Em termos, de **corrente eléctrica** e **d.d.p. ou tensão** teremos de analisar o circuito parcialmente, ou seja analisar o (s) circuito (s) série e o (s) circuitos (s) paralelo que o constituem. Iremos, de seguida, analisar um circuito eléctrico deste tipo para melhor compreensão do que foi exposto. Considere o circuito esquematizado na figura 1.12.

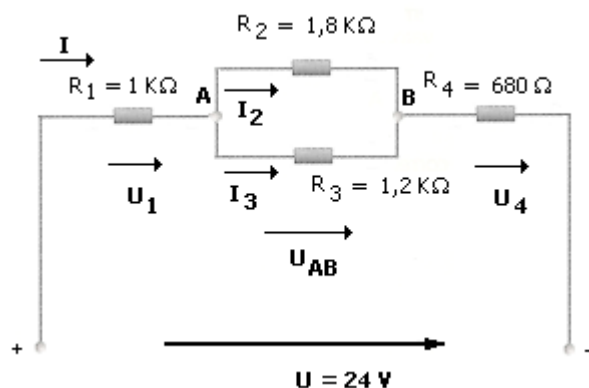


Figura 1.12 - Circuito eléctrico série - paralelo ( misto ) em análise

Analisaremos os seguintes pontos referentes ao circuito série - paralelo em questão:

- A resistência total.
- A intensidade de corrente total.
- A tensão  $R_1$ ,  $R_4$  entre os pontos A e B.
- As intensidades em  $R_2$  e  $R_3$ .

Começemos por calcular a resistência equivalente do agrupamento  $R_2$  e  $R_3$ :

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} \Leftrightarrow R_{2,3} = \frac{1,8 \times 1,2}{1,8 + 1,2} \Leftrightarrow R_{2,3} = 0,72 \text{ k}\Omega = 720 \Omega$$

Teremos então, agora, três resistências em série:

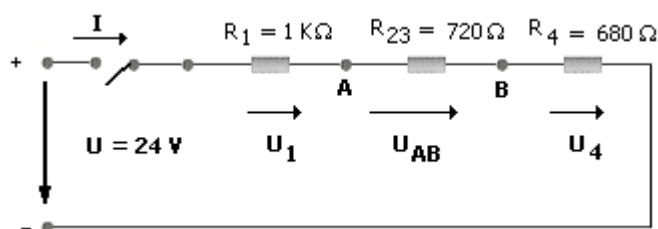


Figura 1.13 - Circuito simplificado

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_{2,3} + R_4 \Leftrightarrow R_T = 1000 + 720 + 680 \Leftrightarrow R_T = 2400 \, \Omega = 2,4 \, K\Omega$$

A intensidade de corrente eléctrica total é dada por:

$$I = \frac{U}{R_T} \Leftrightarrow I = \frac{24}{2,4 \times 10^3} \Leftrightarrow I = 10 \, \text{mA}$$

A tensão aos terminais das resistências serão:

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cdot I \Rightarrow U_1 = 1000 \cdot 10 \times 10^{-3} \Rightarrow U_1 = 10 \, \text{V} \\ U_4 &= R_3 \cdot I \Rightarrow U_4 = 680 \cdot 10 \times 10^{-3} \Rightarrow U_4 = 6,8 \, \text{V} \\ U_{AB} &= R_2 \cdot I \Rightarrow U_{AB} = 720 \cdot 10 \times 10^{-3} \Rightarrow U_{AB} = 7,2 \, \text{V} \end{aligned}$$

A tensão  $U_{AB}$  poderá ser calculada de outra forma:

$$U = U_1 + U_{AB} + U_4 \Rightarrow U_{AB} = U - U_1 - U_4 \Rightarrow U_{AB} = 24 - 10 - 6,8 \Rightarrow U_{AB} = 7,2 \, \text{V}$$

A corrente quando chega ao ponto A tem dois caminhos para prosseguir ( circuito paralelo ), logo o seu valor irá ser dividido proporcionalmente pelas resistências  $R_2$  e  $R_3$ , assim teremos:

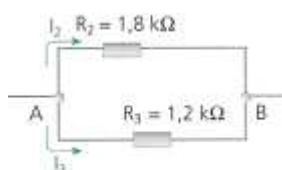


Figura 1.14 - Divisão das correntes no circuito paralelo (  $R_2$ ,  $R_3$  )

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} \Leftrightarrow I_2 = \frac{7,2}{1800} \Leftrightarrow I_2 = 4 \, \text{mA}$$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} \Leftrightarrow I_3 = \frac{7,2}{1200} \Leftrightarrow I_3 = 6 \, \text{mA}$$

ou de outra forma:

$$I = I_2 + I_3 \Leftrightarrow I_3 = I - I_2 \Leftrightarrow I_3 = 10 - 4 \Leftrightarrow I_3 = 6 \, \text{mA}$$

## EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA\_CIRCUITOS SÉRIE+PARALELO

1. Considere o circuito constituído por 4 resistências ilustrado na figura 1.15. Dado que  $R_1 = 500 \, \Omega$ ,  $R_2 = 2,5 \, \text{K}\Omega$ ,  $R_3 = 2 \, \text{K}\Omega$  e  $R_4 = 6 \, \text{K}\Omega$ , calcule a tensão em  $R_1$ , a corrente em  $R_2$ , a tensão em  $R_3$  e as correntes em  $R_3$  e  $R_4$ .

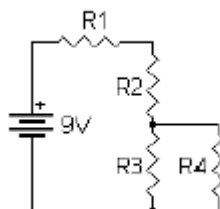


Figura 1.15 - Circuitos em análise

## Capítulo 2 – Potência eléctrica e energia em corrente contínua

### 2.1 Potência eléctrica

Um mesmo trabalho - por exemplo, extrair água de um poço - pode ser realizado por dois motores em condições muito distintas, se nomeadamente um deles o efectuar em 5 minutos enquanto o outro demorar 1 hora. Diremos, naturalmente, que os dois motores são diferentes. No entanto, o trabalho realizado pelos dois motores é exactamente o mesmo. O que vai distinguir um motor do outro é a sua capacidade para realizar o mesmo trabalho, conforme o tempo o tempo que necessita.

Diremos que o **primeiro motor é mais potente que o segundo**.

**Quanto maior a potência de um receptor eléctrico, maior será a capacidade deste realizar trabalho.**

**A potência eléctrica representa-se por  $P$ . Exprime-se em Watt (  $W$  ). O aparelho utilizado para medir a potência eléctrica é o Wattímetro.**

Múltiplo	Símbolo	Valor
KiloWatt	KW	$10^{+3}$
miliWatt	mW	$10^{-3}$

Tabela 1 - Múltiplos e Submúltiplos da potência eléctrica

No caso de dispormos de um receptor eléctrico, designamos por **potência eléctrica** o produto:

$$P = U \cdot I \quad \text{Watt ( W )}$$

em que:

**P** - Potência eléctrica - **Watt ( W )**

**U** - Tensão ou diferença de potencial - **Volt ( V )**

**I** - Intensidade da corrente eléctrica - **Ampère( A )**

Podemos ainda relacionar a potência eléctrica com a resistência, da seguinte forma:

Substituindo  $U = R \times I$  ( Lei de Ohm ), na expressão anterior:

$$P = R \times I^2$$

E, substituindo  $I = U / R$  ( Lei de Ohm ), na mesma expressão:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

onde:

**R** - Resistência eléctrica - **Ohm (  $\Omega$  )**

Todos os aparelhos têm uma pequena placa onde está escrita a sua potência, normalmente expressa em Watt (W). Também pode estar expressa em kW (1000W = 1kW = 1kVA).

A potência total que chega a nossa casa é contratada á empresa fornecedora de energia eléctrica, sendo controlada por meio de um disjuntor regulado para essa potência. Quando a soma das potências de vários aparelhos ligados ao mesmo tempo excede a potência contratada, o disjuntor interrompe automaticamente a corrente eléctrica. Além disso, o disjuntor é fundamental para assegurar a protecção da instalação eléctrica contra curto-circuitos.

A potência a contratar deverá ter em consideração a potência dos aparelhos eléctricos que utilizamos no dia a dia, como também devemos ter em conta que nem todos eles vão funcionar ao mesmo tempo. Assim, seleccionamos os aparelhos que poderão funcionar simultaneamente para encontrar a potência adequada ao seu caso.

Até 41,4 KW ou 41,4 KVA poderemos optar pelas seguintes potências



Figura 2.1 - Potências contratáveis até 41,4 KW ( 41,4 KVA ).

## 2.2 Energia eléctrica

É usual dizer-se que um corpo ( ou um sistema de corpos ) possui energia sempre que possa fornecer trabalho ou calor. Existem diferentes formas de energia ( mecânica, térmica, química, eléctrica, nuclear ), assim como várias fontes de energia ( solar, materiais nucleares, o vento, a água em movimento ).

No caso de um receptor eléctrico, quanto **maior a potência** de um receptor eléctrico, **maior será a capacidade deste produzir trabalho**, mas também **maior quantidade de energia eléctrica** ele consumirá. Por exemplo: Uma lâmpada de maior potência que outra do mesmo tipo dá mais luz, mas também consome mais energia.

**A energia eléctrica representa-se por W . Exprime-se em Joule ( J ). O aparelho que possibilita a leitura directa da energia eléctrica é o Contador de energia.**

Múltiplo	Símbolo	Valor
KiloJoule	KJ	$10^{+3}$

Tabela 2 - Múltiplo da energia

A energia perdida ou adquirida por um sistema é dada pelo produto da potência pelo tempo, ou seja:

$$W = P \cdot t \quad \text{Joule ( J )} \Rightarrow \text{Watt.s ( W.s )}$$

onde:

**W** - Energia eléctrica - **Joule ( W )** ou **Watt.s ( W.s )**

**P** - Potência eléctrica - **Watt ( W )**

**t** - Tempo - **segundo( s )**

A unidade da energia no sistema internacional é o **Joule** sendo **1 Joule = 1 Watt x 1 segundo ( 1 W.s )**.

No entanto, a unidade de energia eléctrica utilizada nas redes de produção, transporte e consumo de energia é o **Watt-hora ( W.h )**, que representa o **consumo** ou **produção** de **1 W durante uma 1 h**, ou então, um dos seus múltiplos como o **KiloWatt-hora ( KW.h )** que representa o **consumo** ou **produção** de **1 KW durante 1 h**, o **MegaWatt-hora ( MW.h )** ou mesmo o **GigaWatt-hora ( GW.h )**.

Múltiplo	Símbolo	Valor
GigaWatt-hora	GW.h	$10^{+9}$
MegaWatt-hora	MW.h	$10^{+6}$
KiloWatt-hora	KW.h	$10^{+3}$

Tabela 3 - Múltiplos da energia eléctrica

A regra de conversão entre Watt-hora e Joule é a seguinte:

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ Watt} \times 1 \text{ hora} \Leftrightarrow 1 \text{ Wh} = 1 \text{ Watt} \times 3600 \text{ segundos} \Leftrightarrow 1 \text{ Wh} = 3600 \text{ W} / \text{s} \Leftrightarrow \mathbf{1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}}$$

Para **calcular o consumo de energia de um equipamento** seguiremos o seguinte procedimento:

⇒ Identifique a potência (Watt) do equipamento em causa. Normalmente os fabricantes indicam esse valor numa chapa ou etiqueta colocada de lado ou na parte de trás do equipamento. Se não existe essa indicação, mas apenas a intensidade de corrente (Ampere - A) e a tensão (Volt - V) são fornecidos, faça o seguinte cálculo:

$$P = U \times I$$

⇒ Determine o consumo mensal ( energia consumida ) do equipamento, multiplicando os Watts pelo número de horas de utilização mensal do equipamento.

**Por exemplo, se uma lâmpada fluorescente (36 W) está ligada 8 horas por dia, então por mês estará ligada 240 Horas (8x30 dias). O seu consumo mensal será de:**

$$\text{Watt} \times \text{horas utilização} = \text{Watt.hora por mês}$$

$$36 \times 240 = 8\,640 \text{ Watt.hora ( W.h ) por mês} \Leftrightarrow \mathbf{8,640 \text{ KW.h por mês}}$$

⇒ Finalmente calculamos o custo deste consumo bastando para tal, multiplicar os kWh por € 0,0930 ( no caso da tarifa simples – preço 2003 ).

$$8,64 \text{ kW.h} \times 0,0930 = 0,804 \text{ €}$$

## 2.3 Efeito térmico da corrente eléctrica. Lei de Joule

Já referimos que a passagem da corrente eléctrica por um condutor produz uma dissipação de energia sob a forma de calor. Esta libertação de calor designada efeito de Joule constitui a origem da incandescência do filamento de uma lâmpada, do aquecimento de um ferro de passar, de fornos eléctricos, de ferros de soldar, etc.

Uma resistência ao ser percorrida por uma corrente eléctrica irá dissipar uma determinada potência, dada por  $P = R \times I^2$ , sob a forma de calor. Este fenómeno foi estudado pelo famoso cientista James P. Joule. O enunciado da lei de Joule diz:

**A energia eléctrica dissipada em calor por efeito de Joule, num receptor, é proporcional á resistência do receptor, ao quadrado da intensidade de corrente que o atravessa e ao tempo de passagem da corrente eléctrica.**

Matematicamente, pode ser definida pela expressão:

$$W = R \times I^2 \times t \quad \text{Joule ( J )}$$

em que:

- W** - Energia eléctrica - **Joule ( J )**
- R** - Resistência eléctrica - **Ohm (  $\Omega$  )**
- I** - Intensidade da corrente eléctrica - **Ampère ( A )**
- t** - Tempo - **segundo( s )**

### 2.3.1 Aplicações do efeito de Joule

O fusível é um dispositivo que explora as consequências do efeito de Joule, o qual tem por objectivo limitar a potência fornecida a um determinado circuito eléctrico. Neste caso, quando a corrente absorvida pelo circuito supera um valor limite pré-estabelecida,  $I_{\text{máx.}}$ , o calor gerado por efeito de Joule é suficiente para fundir o filamento e interromper o fornecimento de corrente ao circuito.

Existem fusíveis para diversos tipos de aplicações: de valor máximo de corrente, de actuação rápida (sensíveis aos picos de corrente) ou lenta (sensíveis ao valor médio da corrente), etc.



O efeito de Joule poderá ser ainda utilizado em aquecimento como por exemplo: torradeiras, fogões eléctricos, ferros de passar, ferros de soldar, etc. Em iluminação de incandescência: a passagem da corrente eléctrica produz calor num filamento, geralmente tungsténio, que o leva à temperatura da ordem dos 200 ° C à qual emite luz.

A programação das memórias ROM constitui uma das aplicações mais interessantes do princípio de funcionamento do fusível. Neste caso, os fusíveis são constituídos por uma fita de alumínio depositada na superfície da pastilha de silício, fusíveis que são posteriormente fundidos, ou não, de acordo com o código a programar na memória.

### 2.3.2 Inconvenientes do efeito de Joule

O aquecimento dos condutores provocado pela passagem da corrente eléctrica representa, quando não é obtenção de calor que se pretende, desperdício de energia, podendo até constituir perigo para a segurança das instalações.

Tomemos como exemplos:

As **perdas de energia nas máquinas eléctricas** onde, o aquecimento limita a potência das máquinas. Ou seja, por outras palavras, o calor desenvolvido nos seus enrolamentos tem de ser limitado, pois na sua constituição entram materiais que se deterioram a partir de certa temperatura.

As **perdas nas linhas eléctricas de transporte e distribuição de energia** onde, o efeito de Joule origina perdas consideráveis obrigando ao aumento da secção dos condutores.

A **limitação da intensidade de corrente eléctrica nos condutores** de forma a evitar a deterioração dos seus isolamentos. A deterioração dos condutores, poderá dar origem a curto-circuitos.

Os fabricantes fornecem para cada tipo de cabo e para cada secção a corrente máxima que os pode percorrer permanentemente sem que haja aquecimento em demasia.

---

#### EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

---

**1 .Determine a potência dissipada por uma resistência de 18 KΩ quando percorrida por uma corrente eléctrica de 2 mA ?**

$$R = 18 \text{ K}\Omega = 18\,000 \, \Omega$$

$$I = 2 \text{ mA} = 0,002 \text{ A}$$

$$P = ?$$

$$P = R \cdot I^2 \Rightarrow P = 18\,000 \cdot 0,0002^2 \Rightarrow P = 0,072 \text{ W} = 72 \text{ mW}$$

A potência dissipada pela resistência eléctrica é de 72 mW.

**2 .Qual a energia consumida por um aquecedor eléctrico de 1500 W de potência durante 5 dias de funcionamento constante?**

$$P = 1500 \text{ W}$$

## Electricidade

### Corrente Contínua

$t = 5 \text{ dias} \times 24 \text{ horas} = 120 \text{ horas}$

$W = ?$

$$W = P \cdot t \Rightarrow W = 1500 \cdot 120 \Rightarrow W = 180\,000 \text{ W.h} = 180 \text{ KW.h}$$

A energia consumida pelo aquecedor é de 180 KW.h.

### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - POTÊNCIA, ENERGIA E LEI DE JOULE.

1. Determine a máxima tensão que se pode aplicar a uma resistência de  $4,7 \text{ K}\Omega$  sabendo que esta é de  $\frac{1}{4}$  de Watt ?
2. Um condutor com a resistência de  $10 \Omega$  é percorrido por uma corrente de 2 A.
  - 2.1. Calcule a potência dissipada pelo condutor.
  - 2.2. Determine a energia dissipada no condutor durante 20 minutos.
3. Um aquecedor eléctrico ao fim de 5 horas consome a energia de 6 KW.h. Calcule a resistência do aquecedor, sabendo que funciona com a d.d.p. de 220 V.
4. Um condutor com a resistência de  $30 \Omega$  é percorrido por uma intensidade de corrente eléctrica de 2 A. Determine a energia dissipada por efeito de Joule.

## 2.4 Rendimento. Perdas de energia

Uma máquina ou aparelho tem como função transformar uma forma de energia noutra. Contudo a energia que se obtém é inferior á energia absorvida inicialmente pela máquina, pois uma parte transforma-se em energia não desejada.

A análise do rendimento poderá ser realizada considerando energias ou potências, pois como vimos atrás -  $W = P \cdot t$ . Faremos a nossa análise recorrendo a potências.

Consideremos uma máquina qualquer ( gerador ou motor ), teremos uma determinada potência que é absorvida pela máquina, uma determinada potência de perdas e finalmente, a potência útil para utilização. A figura seguinte ilustra o que foi dito:

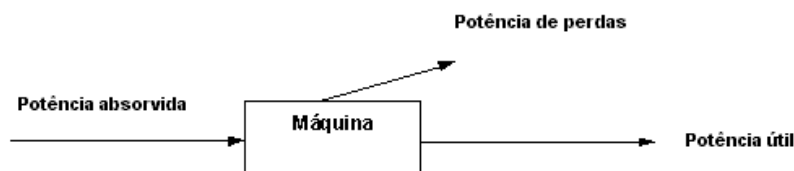


Figura 2.2 - Representação das potências numa máquina

Define-se **rendimento da máquina** pelo quociente entre a **potência útil** ( **potência á saída** ) e a **potência absorvida** ( **potência á entrada** ).

O rendimento eléctrico representa-se por  $\eta$ . É uma grandeza adimensional ( não tem unidades ) e exprime-se em percentagem.

A expressão matemática que traduz o rendimento é:

$$\eta = \frac{\text{Potência útil } (P_u)}{\text{Potência absorvida } (P_a)} \times 100 \% \quad \text{Grandeza adimensional ( sem unidades )}$$

onde:

$\eta$  - Rendimento eléctrico - ( Grandeza adimensional )

$P_u$  - Potência útil - Watt ( W )

$P_a$  - Potência absorvida - Watt ( W )

Este cociente é sempre inferior á unidade (  $\eta < 1$  ).

Podemos ainda salientar que: **Potência útil = Potência absorvida - Potência perdas**

## Capítulo 3 - Análise de redes eléctricas - Leis de Kirchhoff

### 3.1 Definições

Os circuitos eléctricos podem ser definidos como sendo dispositivos que permitem um ou vários trajectos fechados para a corrente eléctrica constituindo uma rede eléctrica.

A rede apresenta pontos em que se encontram três ou mais condutores, a que chamaremos **nós** ou **nodos**, e trajectos da corrente eléctrica entre dois nós, a que chamaremos **ramos**. O nodo é , assim, um ponto do circuito em que se encontram três ou mais ramos, cada um percorrido por correntes diferentes.

Ao conjunto de ramos que constituem um trajecto fechado, e que nos permitem partir de um ponto do circuito e chegar a ele, sem passar duas vezes pelo mesmo ramo, chamamos **malha**.

Na figura 1.1, os pontos **A** e **B** serão **nodos**, e teremos os **ramos ACB**, **AEB**, **ADB**, passando cada um deles pelas diferentes resistências

Temos neste circuito três **malhas**: **ADBEA**, **ADBCA**, **AEBCA**.

A tensão em cada ramo do circuito é a diferença de potencial existente entre os seus terminais.

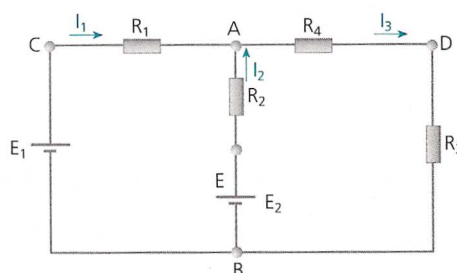


Figura 3.1 - Circuito eléctrico com malhas distintas.

A figura 1.2 mostra um ramo simples constituído por uma resistência, a qual é percorrida por uma corrente  $I$ , cujo sentido é do terminal com maior potencial - **A** -, para o de menor potencial - **B**. A tensão nos terminais da resistência ou a queda de tensão na resistência é dada pelo produto do valor da corrente pelo valor da resistência ( Lei de Ohm ). O sentido positivo da queda de tensão num ramo do circuito é indicado por uma seta, conforme mostra a figura.

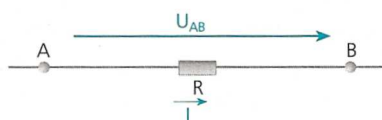


Figura 3.2 - Representação da tensão e da corrente num ramo.

### 3.2 Leis de Kirchhoff

#### 1.ª Lei de Kirchhoff - Lei dos nodos ou das correntes

---

Como o seu próprio nome indica, é aplicada aos nós e diz o seguinte:

**A soma das correntes que se aproximam de um nó é igual á soma das correntes que se afastam desse mesmo nó.**

---

- No circuito da figura 1 teremos, quer no **nó A**, quer no **nó B** :  $I_1 + I_2 = I_3$

#### 2.ª Lei de Kirchhoff - Lei das malhas ou das tensões

---

Esta lei é aplicada as malhas e diz o seguinte:

**A soma algébrica das tensões numa malha é nula.**

---

- No circuito anterior teremos, por exemplo para a **malha ADBEA** :  $U_{AD} + U_{DB} + U_{BE} + U_{EA} = 0$

### 3.3 Aplicação das leis de Kirchhoff

As leis de Kirchhoff são usadas para determinação das correntes nos ramos dos circuitos eléctricos. Cada ramo do circuito é percorrido pela sua própria corrente. Antes de escrever as equações da 1.ª e 2.ª lei de Kirchhoff deve-se proceder do seguinte modo:

#### REGRA

---

- arbitrar para cada ramo o sentido positivo de corrente e assinalá-lo com uma seta
- arbitrar um sentido positivo de circulação ao longo de cada malha

3. se as tensões tiverem o mesmo sentido da circulação serão positivas, caso contrário serão negativas.

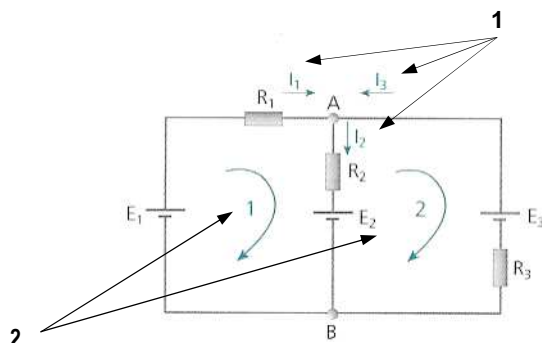


Figura 3.3 - Arbitrar o sentido das correntes e da circulação nas malhas

Para que as equações obtidas sejam realmente independentes, devemos escrever:

1. pela **lei dos nós**, tantas equações como o **número de nós menos um**.
2. pela **lei das malhas**, tantas equações como o **número de ramos sem fonte de corrente, menos o número de equações escritas pela lei do nós**.

Teremos **tantas equações, quantas as correntes não determinadas**. Uma malha deve incluir pelo menos um ramo não anteriormente incluído noutra malha. Consideremos o seguinte circuito, onde pretendemos determinar as correntes nos ramos

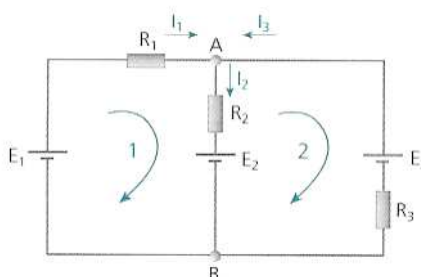


Figura 3.4 - Determinação das correntes nos ramos do circuito

Começemos por escolher os sentidos positivos das correntes em cada um dos ramos. Sejam os indicados na figura. Como temos dois nós, só devemos escrever uma equação, por exemplo no nó A :

$$I_1 + I_3 = I_2$$

Escolhemos de seguida duas malhas, pois são 3 correntes no total e já temos uma equação pela lei dos nós. Sejam as malhas as assinaladas por 1 e 2, com os respectivos sentidos da circulação assinalados.

Na malha 1, e começando, por exemplo, no ponto A , a tensão na resistência R2, por ter o mesmo sentido da circulação, entrará no somatório como a tensão positiva. No gerador de f.e.m. E1, a tensão apresenta-se como negativa por ter um sentido contrário ao da circulação.

Analogamente, a tensão em R1 é positiva. Resulta assim:

$$R_2 \cdot I_2 + E_2 - E_1 + R_1 \cdot I_1 = 0$$

Tensão em  $R_2$       Tensão em  $R_1$

Na malha 2, a tensão no gerador de f.e.m.  $E_3$  será positiva mas em  $R_3$  já será negativa por se apresentar como tendo sentido contrário ao da circulação. O mesmo sucede no gerador de f.e.m.  $E_2$  e na resistência  $R_2$ . Virá:

$$\frac{E_3 - R_3 \cdot I_3}{\text{Tensão em } R_3} - \frac{E_2 - R_2 \cdot I_2}{\text{Tensão em } R_1} = 0$$

O número de correntes a calcular são três e já dispomos das três equações necessárias:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 \\ R_2 \cdot I_2 + E_2 - E_1 + R_1 \cdot I_1 = 0 \\ E_3 - R_3 \cdot I_3 - E_2 - R_2 \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

Supondo que:

$$\begin{array}{lll} E_1 = 24 \text{ V} & E_2 = 12 \text{ V} & E_3 = 18 \text{ V} \\ R_1 = 1 \text{ K}\Omega & R_2 = 4 \text{ K}\Omega & R_3 = 2 \text{ K}\Omega \end{array}$$

Temos, por substituição

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 \\ 4 \cdot I_2 + 12 - 24 + 1 \cdot I_1 = 0 \\ 18 - 2 \cdot I_3 - 12 - 4 \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

( o valor das resistências vem em  $\text{K}\Omega$  logo, a corrente virá em  $\text{mA}$  )

Resolvendo o sistema, começamos por substituir  $I_2$  na 2.ª e 3.ª equações pelo valor da 1.ª equação:

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ 4 \cdot (I_1 + I_3) - 12 + 1 \cdot I_1 = 0 \\ 6 - 2 \cdot I_3 - 4 \cdot (I_1 + I_3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 5 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3 = 12 \\ -4 \cdot I_1 - 6 \cdot I_3 = -6 \end{cases}$$

Multiplicando ambos os termos da 2.ª equação por 4 e os da 3.ª equação por 5, teremos:

$$\begin{cases} \text{---} \\ 20 \cdot I_1 + 16 \cdot I_3 = 48 & (\times 4) \\ -20 \cdot I_1 - 30 \cdot I_3 = -30 & (\times 5) \\ \hline -14 \cdot I_3 = 18 \end{cases} \quad I_3 = -1,286 \text{ mA}$$

Substituindo o valor de  $I_3$  na 3.ª equação, virá:

$$-4 \cdot I_1 - 6 \cdot (-1,286) = -6 \Rightarrow I_1 = -6 \cdot (-1,286) + 6 \Rightarrow I_1 = 3,43 \text{ mA}$$

Finalmente, substituindo na 1.ª equação os valores de  $I_1$  e  $I_3$ :

$$I_2 = 3,43 + (-1,286) \Rightarrow I_2 = 2,14 \text{ mA}$$

O sinal menos na corrente  $I_3$  significa que o sentido da corrente é contrário ao arbitrado. As correntes que percorrem o circuito são:

$$\begin{cases} I_1 = 3,43 \text{ mA} \\ I_2 = 2,14 \text{ mA} \\ I_3 = 1,286 \text{ mA} \end{cases}$$

Pretende-se calcular as correntes no circuito e as tensões  $U_{BA}$  e  $U_{CA}$ .

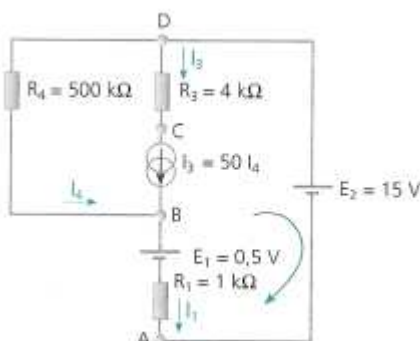


Figura 3.5 - Circuito em análise - determinação das correntes nos ramos do circuito

Este circuito possui uma **fonte de corrente dependente**, isto é, o valor da corrente debitada depende do valor de outra grandeza, que neste caso é uma corrente do próprio circuito.

Aplicando a lei dos nodos ao nó B:

$$I_4 + I_3 = I_1$$

É importante notar que um gerador de corrente ideal não tem nos seus terminais uma tensão que possa ser relacionada directamente com a corrente por ele debitada.

A lei das malhas não pode, portanto, ser aplicada a malhas que contenham ramos com fontes de corrente, como foi dito anteriormente.

Neste caso temos **dois ramos sem fontes de corrente** e, portanto só escrevemos uma equação:

$$E_2 - R_1 I_1 - E_1 - R_4 I_4 = 0$$

Temos então duas equações para calcularmos 2 correntes, já que a terceira corrente já é conhecida ( $I_3 = 50 I_4$ )

Usando este valor, teremos:

$$\begin{cases} I_4 + 50 \cdot I_4 = I_1 \\ E_2 - R_1 \cdot I_1 - E_1 - R_4 \cdot I_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 51 \cdot I_4 = I_1 \\ E_2 - 51 R_1 \cdot I_4 - E_1 - R_4 \cdot I_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ 15 - 51 \times 1 \cdot I_4 - 0,5 - 500 \cdot I_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow I_4 = 0,0263 \text{ mA} = 26,3 \mu\text{A}$$

Substituindo na primeira equação o valor de  $I_4$  :

$$I_1 = 51 \times (26,3 \times 10^{-6}) \Rightarrow I_1 = 1,34 \text{ mA}$$

Assim:

$$I_3 = 50 \times (26,3 \times 10^{-6}) \Rightarrow I_3 = 1,315 \text{ mA}$$

#### Como determinar a tensão $U_{BA}$ ?

Voltamos a aplicar a lei das malhas. Podemos supor que o ramo BA está contido numa malha que faz aparecer a tensão  $U_{BA}$ . Tudo se passa como se existisse uma 3.ª malha. Então:

$$E_1 + R_1 \cdot I_1 - U_{BA} = 0$$

$$U_{BA} = E_1 + R_1 \cdot I_1$$

$$U_{BA} = 0,5 + 1 \times 1,34 \Rightarrow U_{BA} = 1,39 \text{ V}$$

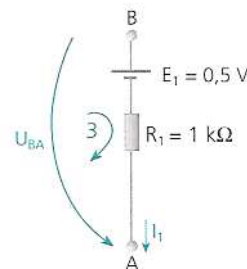


Figura 3.6 - Cálculo da tensão  $U_{BA}$ .

Para determinar a tensão  $U_{CA}$  não podemos considerar trajectos que incluam fontes de corrente. Teremos de utilizar a malha representada na figura 1.7.

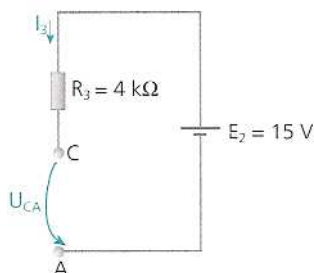


Figura 3.7 - Determinação da tensão  $U_{CA}$ .

Assim, pela lei das malhas:



## Electricidade

### Corrente Contínua

$$E_2 - U_{CA} + R_3 \cdot I_3 = 0 \Rightarrow U_{CA} = E_2 + R_3 \cdot I_3 = 15 - 4 \times 1,315 \Rightarrow U_{CA} = 9,74 \text{ V}$$

Podemos assim verificar que existe uma tensão nos terminais do gerador de corrente –  $U_{CB}$  – dada por:

$$U_{CB} = U_{CA} - U_{BA} = 9,74 - 1,39 \Rightarrow U_{CB} = 8,35 \text{ V}$$

Esta tensão não pode ser directamente relacionada com a corrente debitada pela fonte. É o circuito que impõe este valor.

### EXERCICIO RESOLVIDO N.º 2

Calcular as correntes nos ramos do circuito e a tensão  $U_A$  ( tensão do ponto A em relação á massa ).

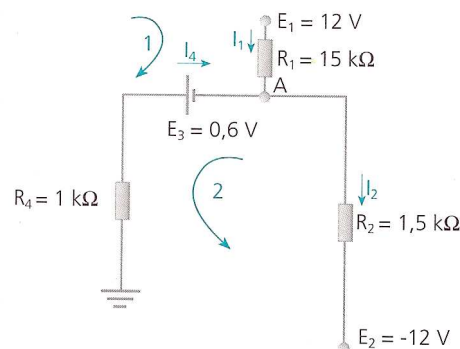


Figura 3.8 - Circuito em análise - determinação das correntes no circuito

Podemos redesenhar o circuito da seguinte forma, para uma análise mais simples:

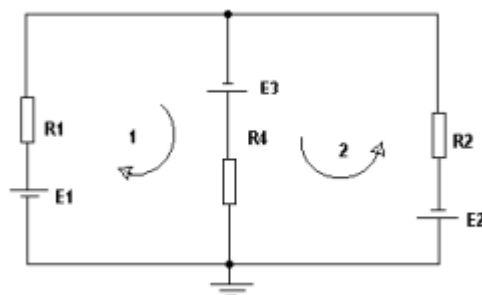


Figura 3.9 - Circuito redesenhado

Aplicando as leis de Kirchhoff temos:

{  
Autoria: Paulo Peixoto

$$\begin{aligned}
 I_2 &= I_1 + I_4 \\
 -E_1 + R_1 I_1 - E_3 - R_4 I_4 &= 0 \\
 E_2 - R_2 I_2 - E_3 - R_4 I_4 &= 0
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{aligned}
 -E_1 + R_1 I_1 + E_3 - R_4 I_4 &= 0 \\
 E_2 - R_2 (I_1 + I_4) - E_3 - R_4 I_4 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 + 15 I_1 - 0,6 - 1 I_4 = 0 \\ 12 - 1,5 I_1 - 1,5 I_4 - 0,6 - 1 I_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15 I_1 - 1 I_4 = 12,6 \\ 1,5 I_1 - 2,5 I_4 = -11,4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -37,5 I_1 + 2,5 I_4 = -31,5 & (\times -2,5) \\ -1,5 I_1 - 2,5 I_4 = -11,4 & (\times 1) \\ \hline -39 I_1 = -42,9 \end{cases} \quad I_1 = 1,1 \text{ mA}$$

$$15 I_1 - 1 I_4 = 12,6 \Rightarrow 15 \times 1,1 - 1 I_4 = 12,6 \Rightarrow I_4 = 3,9 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_1 + I_4 \Rightarrow I_2 = 1,1 + 3,9 \Rightarrow I_2 = 5 \text{ mA}$$

**Calculo da tensão no ponto A (  $U_A$  - tensão em A relativamente á massa )**

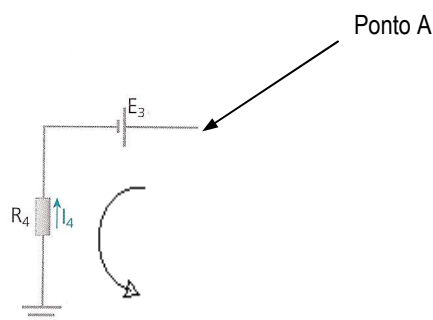


Figura 3.10 - Determinação da tensão  $U_{CA}$ .

Definimos uma pequena malha que contenha o ponto A.

$$E_3 - R_4 I_4 - U_A = 0 \Rightarrow U_A = E_3 - R_4 I_4 \Rightarrow U_A = 0,6 - 1 \times 3,9 \Rightarrow U_A = -3,3 \text{ V}$$

---

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - LEIS DE KIRCHHOFF

---

1. Na figura seguinte representa-se um circuito com dois nós.

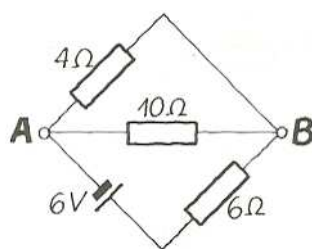


Figura 3.11 - Circuito em análise

- 1.1 Escreva a(s) equação(ões) dos nós.
- 1.2 Escrevas as equações das malhas para o circuito.
- 1.3 Enuncie a 2ª Lei de Kirchhoff.

2. Na figura seguinte representa-se um nó, P, e algumas correntes.

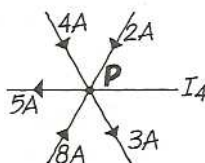


Figura 3.12 - Representação do nó P

- 2.1 Qual é o valor da intensidade  $I_4$  ?
  - 2.2 Qual o sentido de  $I_4$  ? Porquê?
3. Recorrendo às leis de Kirchhoff, determine o valor de R de tal modo que a corrente que percorre o circuito seja de 0,5 A.

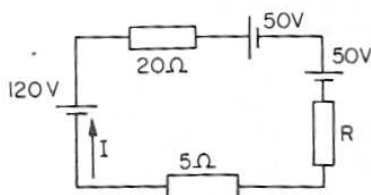


Figura 3.13 - Determinação da resistência R

4. Recorrendo às leis de Kirchhoff, determine o valor de R de tal modo que a corrente que percorre o circuito seja de 0,5 A.

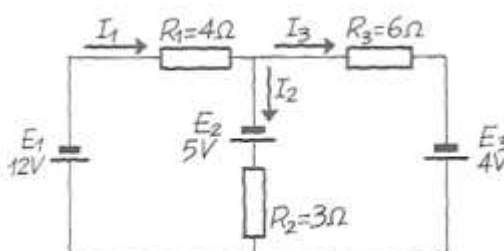


Figura 3.14 - Circuito em análise - Determinação das correntes nos ramos do circuito

5. Determine as correntes nos ramos do circuito da figura 1.15.

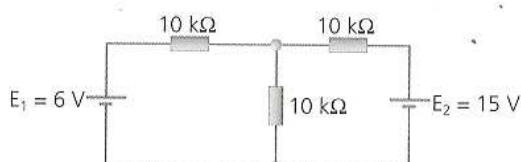
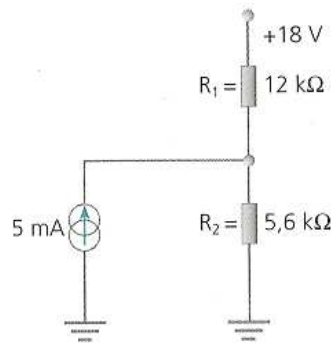


Figura 3.15 - Determinação das correntes nos ramos do circuito

6. Determine a queda de tensão nos terminais da resistência  $R_2$ .

Figura 3.16 - Determinação da tensão nos terminais da resistência  $R_2$ 

## Capítulo 4 - Teorema de Thévenin e Teorema de Norton

### 4.1 Simplificação de circuitos eléctricos - Teorema de Thévenin

Em qualquer circuito é sempre possível destacar um ramo - **ab** e, substituir o resto do circuito por um bloco, representado pelo rectângulo C ( figura 4.1 ).

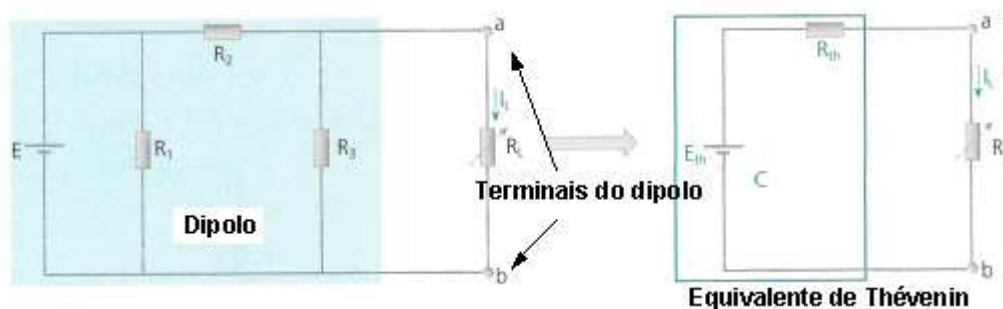


Figura 4.1 - Equivalente de um circuito eléctrico

Relativamente ao ramo destacado, o resto do circuito designa-se por **dipolo**.

O dipolo tem, pois, dois terminais acessíveis para ligação de um ramo.

Um dipolo que contenha uma fonte de corrente e/ou tensão diz-se **activo**; caso contrário diz-se **passivo**.

O **Teorema de Thévenin** diz-nos que o dipolo pode ser substituído por um **gerador de tensão equivalente em série** com uma **resistência equivalente** a que se dá o nome de **equivalente de Thévenin**, com as seguintes características:

1. O gerador equivalente tem a f.e.m. igual à **tensão entre os terminais do dipolo** ( no caso da figura 1 entre os pontos ab ), quando não há carga, ou seja, com o dipolo **em circuito aberto** -  $E_{Th}$ .
2. A resistência equivalente de Thévenin é a **resistência que o dipolo apresenta nos seus terminais**, quando se substituem as fontes de tensão e de corrente pelas suas resistências internas ou, caso estas sejam nulas, **curto circuitam-se todas as fontes de tensão** ( independentes ) e **abrem-se todas as fontes de corrente** ( independentes do circuito ) -  $R_{Th}$ .

## EXERCÍCIO RESOLVIDO N.º 1

Pretende-se calcular o valor da corrente que percorre a resistência R.

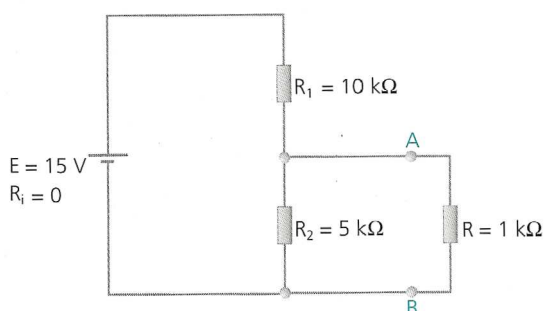


Figura 4.2 - Determinação da corrente em R

Podemos considerar a **resistência R como o ramo aplicado aos terminais AB do dipolo** e, substituir o dipolo pelo equivalente de Thévenin ( gerador de tensão equivalente em série com uma resistência equivalente do dipolo ). Aplicando o teorema de Thévenin, vamos determinar a tensão que aparece entre os pontos A e B, quando estão em aberto. É a tensão aos terminais da resistência  $R_2$ , do circuito:

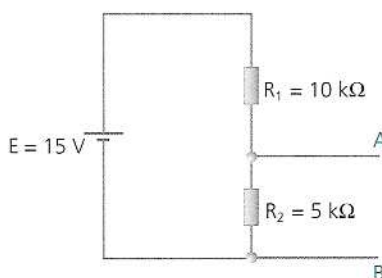


Figura 4.3 - Determinação do gerador equivalente de Thévenin

A corrente no circuito é :  $I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{15}{10 + 5} \Rightarrow I = 1 \text{ mA}$

E a tensão:  $U_{AB} = R_2 \times I = 5 \times 1 \Rightarrow U = 5 \text{ V}$

A f.e.m. do gerador é de 5 V. Para se calcular a resistência equivalente entre os terminais do dipolo, começamos por **substituir a fonte de tensão independente E, por um curto-circuito, visto que a sua resistência interna  $R_i = 0 \Omega$** . Obtemos o circuito representado na figura seguinte



Figura 4.4 - Determinação da resistência equivalente  $R_{Th}$

Partindo do ponto A e chegando ao ponto B, concluímos que  $R_1$  e  $R_2$  estão em paralelo assim, a resistência equivalente será:

$$R_{iT} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \times 5}{10 + 5} \Rightarrow R_{iT} = 3,33 \text{ K}\Omega$$

O dipolo toma a seguinte configuração - equivalente de Thévenin:

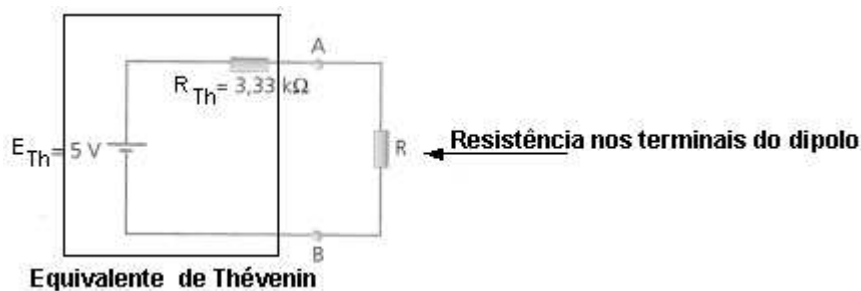


Figura 4.5 - Equivalente de Thévenin

A corrente que percorre a resistência R é agora facilmente calculada:

$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R} = \frac{5}{3,33 + 1} \Rightarrow I = 1,15 \text{ mA}$$

Pretende determinar a intensidade de corrente na resistência  $R_4$  do circuito.

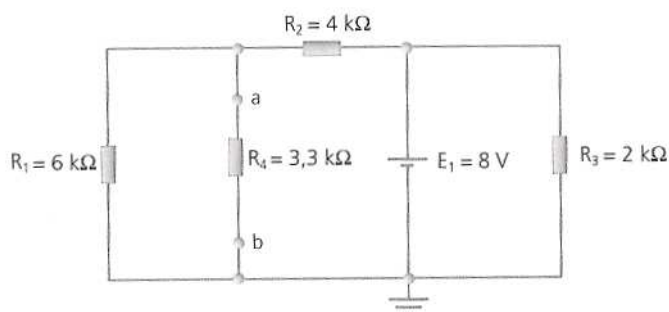


Figura 4.6 - Determinação da corrente em  $R_4$

**Note-se neste exemplo que na determinação do dipolo equivalente de Thévenin não se torna obrigatório que a parte do circuito que não é substituída esteja numa extremidade do circuito.**

Para determinarmos a resistência equivalente, e depois de se desligar a carga e substituir a fonte de tensão pela sua resistência interna ( no caso fica em curto-circuito ), obtém-se o circuito seguinte. Verifique-se que a resistência  $R_3$  fica nesta situação curto-circuitada.

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 K\Omega$$

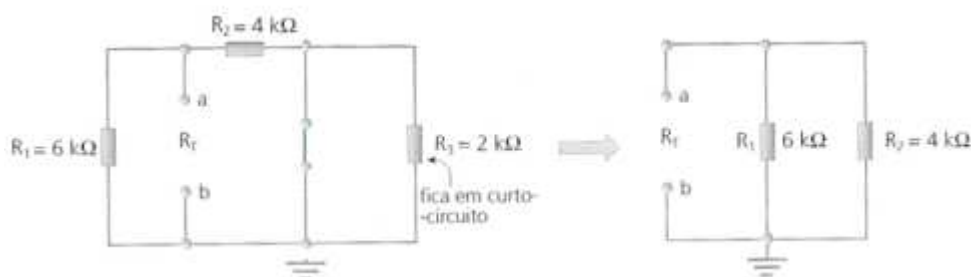


Figura 4.7 - Determinação da resistência equivalente  $R_{Th}$

Para a determinação da tensão de Thévenin  $E_{Th}$  podemos redesenhar o circuito. Constatando-se então que, por ser igual nos ramos em paralelo, a tensão aplicada à série  $R_2$  e  $R_1$  é de 8V. A tensão de Thévenin será a dos terminais de  $R_1$ .

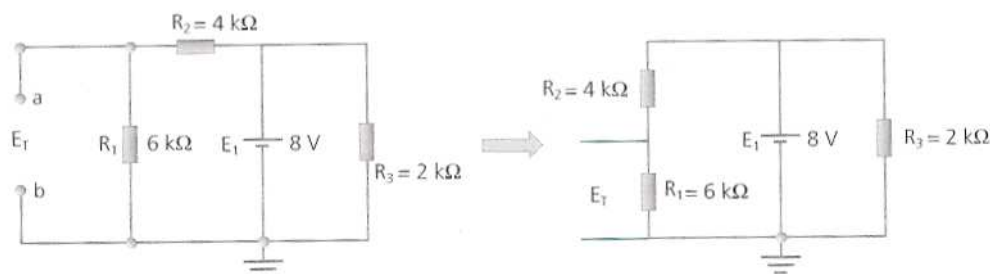


Figura 4.8 - Determinação do gerador equivalente de Thévenin

Aplicando a fórmula da Lei de Ohm, teremos:  $I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{8}{6 + 4} \Rightarrow I = 0,8 \text{ mA}$

Sendo a tensão:  $U_{AB} = R_1 \times I = 6 \times 0,8 \Rightarrow U = 4,8 \text{ V}$

O equivalente de Thévenin do circuito “visto” dos terminais a e b será o da figura, onde a determinação da corrente em  $R_4$  se obtém pela simples aplicação da Lei de Ohm, resultando:

$$I = \frac{E_T}{R_T + R_4} = \frac{4,8}{5,7} \Rightarrow I = 0,84 \text{ mA}$$

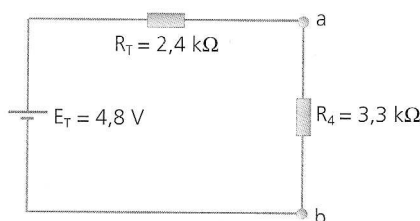


Figura 4.9 - Equivalente de Thévenin

## 2.2 Simplificação de circuitos eléctricos - Teorema de Norton

Trata-se, agora, da substituição de um dipolo, não por um gerador de tensão equivalente, mas sim por um gerador de corrente equivalente.

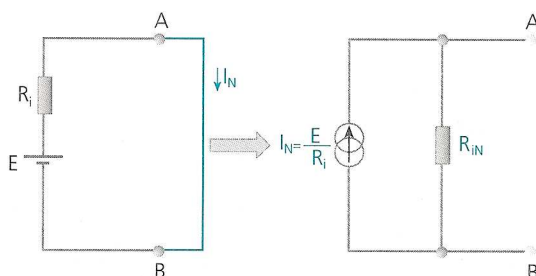


Figura 4.10 - Equivalente de Norton do dipolo AB

O **Teorema de Norton** diz-nos que o dipolo pode ser substituído por um **gerador de corrente equivalente** em **paralelo** com uma **resistência equivalente** a que se dá o nome de **equivalente de Norton**, com as seguintes características:

1. O gerador equivalente debita uma **corrente que circula no ramo AB**, quando estes pontos estão **curto circuitados** -  $I_N$ .
2. A resistência equivalente de Thévenin é a **resistência que o dipolo apresenta nos seus terminais**, quando se substituem as fontes de tensão e de corrente pelas suas resistências internas ou, caso estas sejam nulas, **curto circuitam-se todas as fontes de tensão** ( independentes ) e **abrem-se todas as fontes de corrente** ( independentes do circuito ) -  $R_{Th}$ .



Vejamos como proceder para a determinação do equivalente de Norton no circuito representado na figura 4.11 ( Circuito abordado anteriormente no exemplo de aplicação\_1 - figura 4.2 )

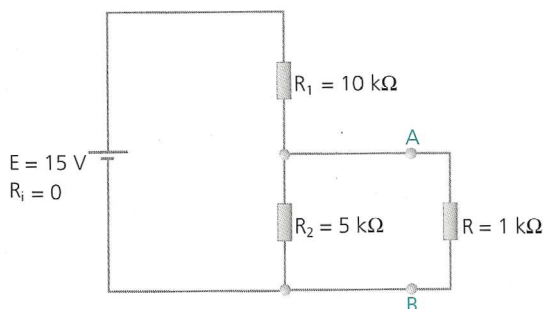
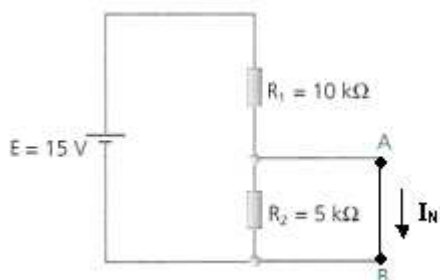


Figura 4.11 - Determinação do equivalente de Norton entre os pontos AB

Temos pois de calcular a intensidade de corrente no ramo AB quando estes dois pontos estão em curto circuito, o que nos dá a intensidade de Norton –  $I_N$ .

Verifica-se que quando fazemos o curto-circuito entre estes dois pontos a corrente deixa de passar pela resistência  $R_2$ .



$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{15}{10} \Rightarrow I_N = 1,5 \text{ mA}$$

Figura 4.12 - Calculo da corrente de Norton

A resistência equivalente será:  $R_{iN} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \times 5}{10 + 5} \Rightarrow R_{iN} = 3,33 \text{ K}\Omega$

O circuito assume a seguinte configuração – Equivalente de Norton.

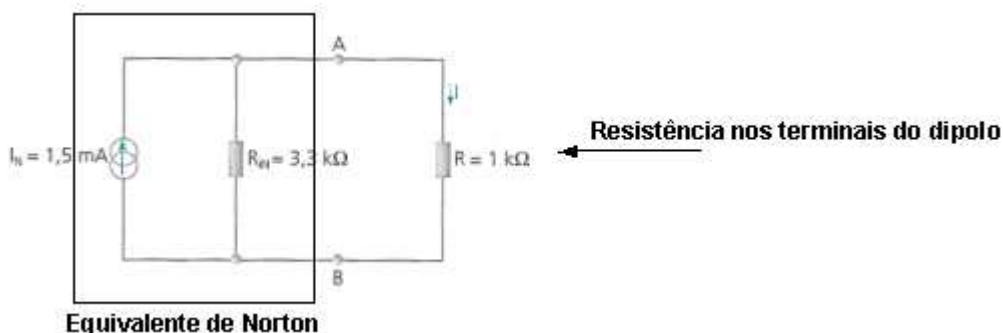


Figura 4.13 - Equivalente de Norton

## 2.3 Analogia entre o equivalente de Thévenin e o equivalente de Norton

Tomemos o circuito seguinte já analisado anteriormente.

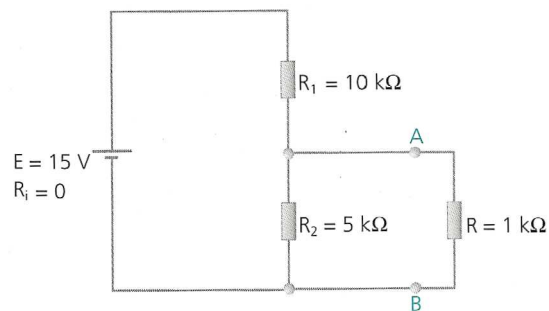


Figura 4.14 - Equivalente de Norton

Obtivemos o respectivo equivalente de Thévenin e o equivalente de Norton, que se representam na figura seguinte - 2.15.

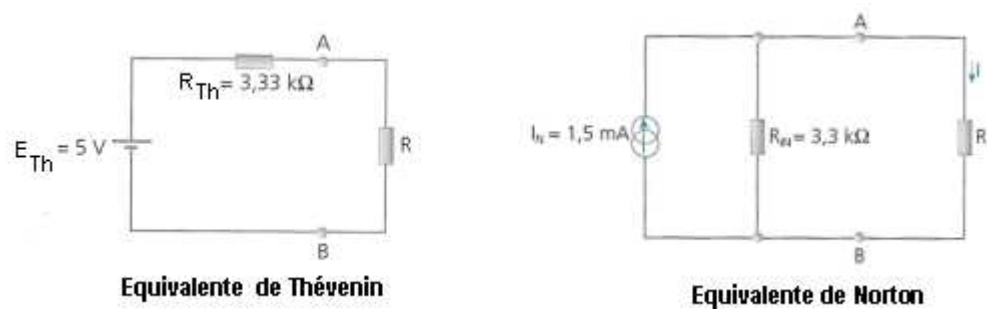


Figura 4.15 - Equivalente de Thévenin e equivalente de Norton

Se no equivalente de Thévenin curto-circuitarmos os terminais AB, a corrente nesse ramo será:

$$I_{CC} = \frac{E_T}{R_{iT}} = \frac{5}{3,33} \Rightarrow I_{CC} = 1,5 \text{ mA}$$

Ou seja, o valor  $I_N$  do gerador de corrente - Teorema de Norton.

**NOTA:** As siglas CC significam curto-circuito.

Se no equivalente de Norton, se abrir os terminais AB, a tensão será:

$$U_{AB} = I_N \times R_N = 1,5 \times 3,33 \Rightarrow U_{AB} = 5 \text{ V}$$

Ou seja, o valor da  $E_{Th}$  do gerador de tensão equivalente - Teorema de Thévenin.

---

**EXERCICIO DE APLICAÇÃO - TEOREMA DE THÉVENIN E TEOREMA DE NORTON**

---

1. Relativamente ao circuito representado na figura abaixo, determine o equivalente de Thévenin à esquerda dos pontos A e B.

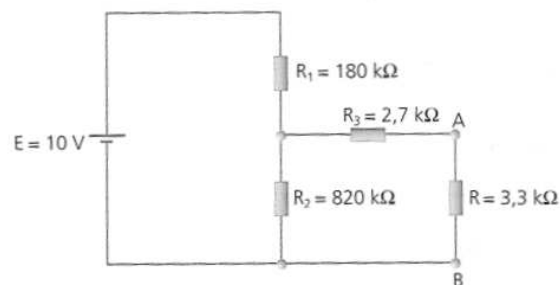


Figura 4.16 - Determinação do equivalente de Thévenin

2. Calcule o equivalente de Thévenin entre os pontos A e B.

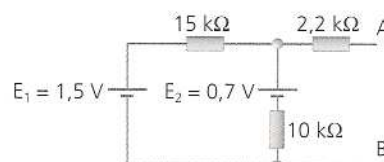


Figura 4.17 - Circuito em análise - Determinação do equivalente de Thévenin

3. Deduza o equivalente de Norton do circuito esquematizado na figura 4.18.

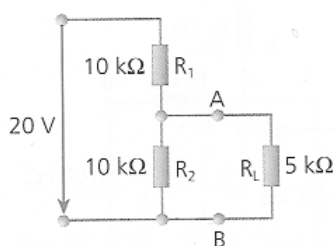


Figura 4.18 - Circuito em análise - Determinação do equivalente de Norton

4. Reduziu-se um circuito complexo ao correspondente equivalente de Thévenin obtendo-se o circuito esboçado na figura 4.19. Pretende-se transformar este circuito no equivalente de Norton.

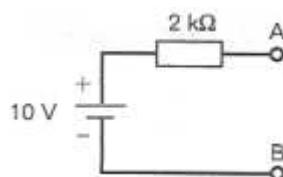


Figura 4.19 - Equivalente de Thévenin em análise

## Capítulo 5 - Condensadores

### 5.1 Condensadores

O condensador é um componente utilizado na electrónica cuja principal função é o armazenamento de energia eléctrica. São constituídos, basicamente, de duas placas de metal separadas por um material isolante chamado de dieléctrico. A cada uma dessas placas de metal é ligado um fio que constituem os terminais do condensador.

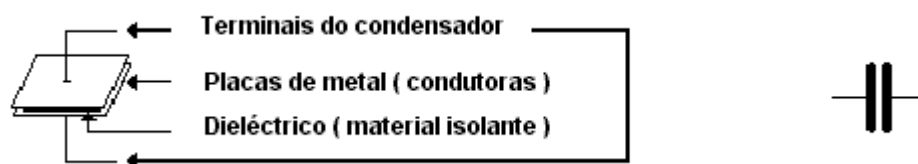


Figura 5.1 - Esquema interno de um condensador ( à esquerda ). Símbolo do condensador.

#### 5.1.1 Capacidade de um condensador

À propriedade do condensador armazenar cargas eléctricas ou energia eléctrica dá-se o nome de **capacidade**. Quanto maior o seu valor, maior será a quantidade de cargas eléctricas que o condensador pode armazenar.

A capacidade representa-se por  $C$ . Exprime-se em Farad ( F ).

Múltiplo/ Submúltiplo	Símbolo	Valor
microFarad	$\mu\text{F}$	$10^{-6}$
nanoFarad	$\text{nF}$	$10^{-9}$
picoFarad	$\text{pF}$	$10^{-12}$

Tabela 5.1 - Submúltiplos

O valor da capacidade de um condensador é dado pela expressão:

$$C = \frac{Q}{U} \quad \mathbf{F \text{ (Farad)}}$$

em que:

**C** - Capacidade - **Farad (F)**

**Q** - Carga eléctrica - **(C)**

**U** - Tensão aplicada - **(V)**

### 5.1.2 Intensidade de campo eléctrico

Entre duas armaduras carregadas existe um campo eléctrico, que será uniforme se as armaduras forem paralelas. O valor da intensidade do campo  $E$  é igual ao quociente da tensão  $U$  entre as duas armaduras pela distância  $L$  entre elas.

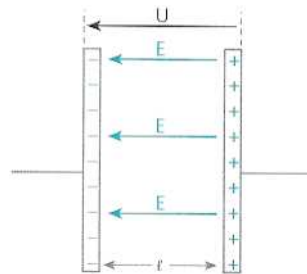


Figura 5.2 - Campo eléctrico num condensador

A expressão que exprime a intensidade de campo eléctrico é a seguinte:

$$E = \frac{U}{L} \quad \mathbf{V / m \text{ (Volt / metro)}}$$

onde:

O valor da intensidade de corrente eléctrica é dado pela expressão:

$$\mathbf{F \text{ (Farad)}}$$

em que:

**C** - Capacidade - **Farad (F)**

**Q** - Carga eléctrica - **(C)**

**U** - Tensão aplicada - **(V)**

### 5.1.3 Energia armazenada

energia armazenada por um condensador é:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$$

em que:

**W** - Energia - **Joule ( J )**

**C** - Capacidade - **( F )**

**Q** - Carga eléctrica - **( C )**

**U** - Tensão aplicada - **( V )**

A energia armazenada depende da tensão aplicada aos terminais do condensador. Por sua vez, a tensão máxima depende, da natureza e espessura do dieléctrico.

A tensão aplicada, ao ultrapassar determinado valor, fará surgir um arco eléctrico entre as armaduras que perfurará o isolante e, no caso de este ser sólido, destruirá o condensador. Diz-se que se ultrapassou a tensão disruptiva ou rigidez dieléctrica do isolante.

**A rigidez dieléctrica é a máxima tensão que se pode aplicar aos terminais do condensador sem que este se danifique. Exprime-se em MV / m ou em KV / mm.**

---

EXERCICIO RESOLVIDO

---

**1 .Determinar a carga de um condensador de 22 µF quando alimentado à tensão de 12 V.**

C = 22 µF

U = 12 V

Q = ?

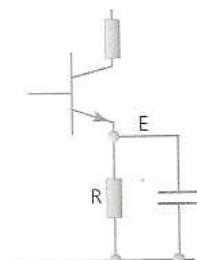
A carga do condensador é de 264 µC.

---

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - CONDENSADORES

---

1. Na figura 4.47 representa-se uma parte de um circuito electrónico contendo um transístor. Sendo a capacidade C = 47 µF e a carga que adquire 84,6 µC, determine o potencial do ponto E em relação á massa.



2. Qual a carga que adquire um condensador MKT 0,1  $\mu\text{F}$  / 160 V quando submetido à tensão máxima?

### 5.1.4 Análise de circuitos com condensadores

Uma forma simples de fixar a associação de condensadores, é o facto de, no cálculo da **capacidade total  $C_T$** , **ser o inverso das resistências**, ou seja o circuito série de condensadores é idêntico ao circuito paralelo de resistências, verificando-se o mesmo para circuitos paralelos de condensadores que são idênticos aos circuitos série de resistências

Relativamente, à **quantidade de electricidade  $Q$** , esta varia de forma **semelhante à intensidade** nos circuitos com resistências, devendo-se isto ao facto que a que a intensidade de corrente, como vimos nas primeiras aulas, é igual à quantidade de electricidade que passa numa secção transversal de um condutor num intervalo de tempo:  **$I = Q / t$** .

A **tensão varia de igual forma aos circuitos com resistências**, sendo a soma das varias tensões nos circuitos série e, constante em circuitos em paralelo.

#### 5.1.4.1 Circuitos série

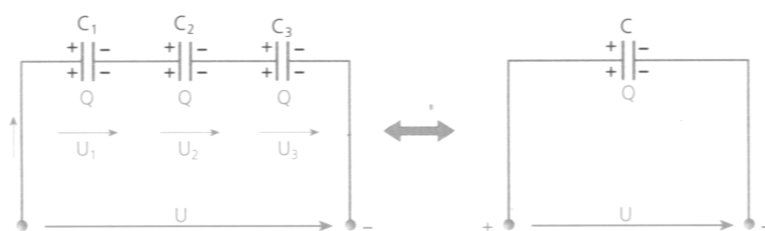


Figura 5.4 - Associação em série de condensadores e seu equivalente

A fonte de energia carrega as armaduras  $C_1$  e  $C_3$ , a que está ligada com a mesma **quantidade de electricidade**. Nas outras armaduras a carga é idêntica, pelo que, facilmente, se conclui serem idênticas as cargas nos diversos condensadores :

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

A **tensão** divide-se pelos condensadores 1, 2 e 3 logo, a tensão total será a soma da tensão no condensador 1 mais, a tensão no condensador 2, mais a tensão no condensador 3.

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3$$

Na combinação em série, como foi dito anteriormente, a **capacidade** equivalente é:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

No caso particular, de **2 condensadores** poderemos utilizar a seguinte expressão:

A capacidade equivalente é sempre inferior a cada um dos condensadores agrupados.

### 5.1.4.2 Circuitos paralelo

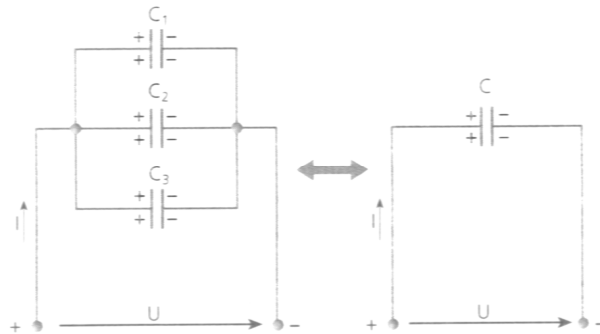


Figura 5.5 - Associação em paralelo de condensadores e seu equivalente.

A carga total do conjunto será igual à soma das cargas de cada condensador:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Nos circuitos paralelo temos sempre dois pontos comuns, logo a **tensão** que chegará a cada condensador será sempre a mesma logo, diremos que esta é constante ao longo do circuito.

$$U_T = U_1 = U_2 = U_3$$

Sendo C a capacidade equivalente teremos:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

Ou, generalizando:

$$C_T = \sum_{i=1}^n C_i$$

A capacidade equivalente é sempre superior a cada um dos condensadores agrupados.

---

#### EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

---

**1 .Agrupamos três condensadores em paralelo de 10  $\mu$ F, 12  $\mu$ F e 47  $\mu$ F com tensão nominal de 16 V. Determine:**

**1.1 A capacidade equivalente.**

$$C_1 = 10 \mu F$$



$$C_2 = 12 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 47 \mu\text{F}$$

$$C_T = ?$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Leftrightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{47}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1154}{5640} \Leftrightarrow C_T = \frac{5640}{1154} = 4,89 \mu\text{F}$$

**1.2 A carga armazenada quando se aplica ao conjunto dos condensadores 12 V.**

$$C_T = 25 \mu\text{F}$$

$$U = 12 \text{ V}$$

$$C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow Q = C \cdot U \Leftrightarrow Q = 4,89 \times 10^{-6} \times 12$$

$$\Leftrightarrow Q = 58,68 \times 10^{-6} \text{ C} = 58,68 \mu\text{C}$$

A carga do conjunto dos condensador é de 58,68  $\mu\text{C}$ .

**1.3 A tensão nos terminais de cada condensador**

$$C_1 = 10 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 12 \mu\text{F}$$

$$C_3 = 47 \mu\text{F}$$

$$C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow U = \frac{Q}{C_1} \Leftrightarrow U = \frac{58,68 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow U = 5,868 \text{ V}$$

$$U = \frac{Q}{C_2} \Leftrightarrow U = \frac{58,68 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow U = 4,89 \text{ V}$$

$$U = \frac{Q}{C_3} \Leftrightarrow U = \frac{58,68 \times 10^{-6}}{47 \times 10^{-6}} \Leftrightarrow U = 1,24 \text{ V}$$

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3 \Leftrightarrow U_T = 5,868 + 4,89 + 1,24 = 12 \text{ V}$$

A tensão em cada condensador é respectivamente 5,868 V, 4,89 V e 1,24 V.

**1 .Associaram-se em paralelo dois condensadores de 10  $\mu\text{F}$  e 15  $\mu\text{F}$ , 16 V. Calcule:****2.1 A capacidade equivalente.**

$$C_1 = 10 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 15 \mu\text{F}$$

$$C_T = C_1 + C_2 \Leftrightarrow C_T = 10 + 15 \Leftrightarrow C_T = 25 \mu\text{F}$$

A capacidade equivalente é de 25  $\mu\text{F}$ .

**2.2 A carga armazenada quando o conjunto é alimentado a 12 V.**

$$C_T = 25 \mu\text{F}$$

$$C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow Q = C \cdot U \Leftrightarrow Q = 25 \times 10^{-6} \times 12$$

$$\Leftrightarrow Q = 300 \times 10^{-6} \text{ C} = 300 \mu\text{C}$$

$$U = 12 \text{ V}$$

A carga armazenada pela associação série é de  $300 \mu\text{C}$ .

### 2.3 A carga adquirida por cada um dos condensadores.

$$C_1 = 10 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 15 \mu\text{F}$$

$$U = 12 \text{ V}$$

$$Q = C_1 \cdot U \Leftrightarrow Q = 10 \times 10^{-6} \times 12$$

$$\Leftrightarrow Q = 120 \times 10^{-6} \text{ C} = 120 \mu\text{C}$$

$$Q = C_2 \cdot U \Leftrightarrow Q = 15 \times 10^{-6} \times 12$$

$$\Leftrightarrow Q = 180 \times 10^{-6} \text{ C} = 180 \mu\text{C}$$

A carga adquirida pelo condensador  $C_1$  é de  $120 \mu\text{C}$  e pelo condensador  $C_2$  de  $180 \mu\text{C}$ .

---

## EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - ANÁLISE DE CIRCUITO COM CONDENSADORES

---

1. Dispõe-se de dois condensadores de poliéster MKT, de  $0,15 \mu\text{F} / 100 \text{ V}$ . Agrupam-se sucessivamente, em paralelo e em série, aplicando-se, de cada vez, a máxima tensão que o agrupamento suporta. Determinar para cada montagem:

- 1.1 A capacidade equivalente.
- 1.2 A máxima tensão aplicável.
- 1.3 A quantidade de electricidade ( $Q$ ) armazenada.
- 1.4 A energia armazenada.

**NOTA:** Desenhe os esquemas das montagens.

2. Dispomos de vários condensadores de  $1 \text{ nF}$  e  $10 \text{ nF}$ . Realize o agrupamento para se obter uma capacidade de  $7 \text{ nF}$ .

3. Agruparam-se em paralelo os seguintes condensadores:  $1,2 \mu\text{F}$ ,  $15 \mu\text{F}$  e  $3,3 \mu\text{F}$  e aplicou-se a d.d.p. de  $7,8 \text{ V}$ . Determine:

- 3.1 A capacidade equivalente do agrupamento.
- 3.2 A carga armazenada por cada condensador.
- 3.3 A carga total armazenada.

4. Analise o circuito misto (série + paralelo) da figura 5.15 e determine:

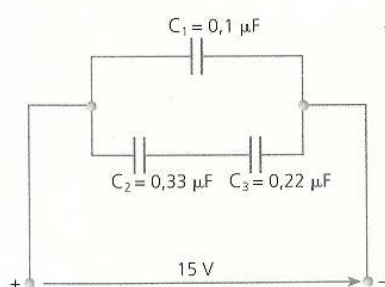


Figura 5.6 - Circuito misto em análise

- 4.1 A capacidade equivalente.
- 4.2 A tensão nos terminais do condensador  $C_3$ .

- 4.3 A carga do condensador  $C_1$ .
- 4.4 A energia armazenada por cada condensador.
5. A associação de condensadores da figura 5.16, onde  $C_1 = 3 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 4 \mu\text{F}$  e  $C_3 = 2 \mu\text{F}$ , é submetida á tensão de 15 V. Calcule:

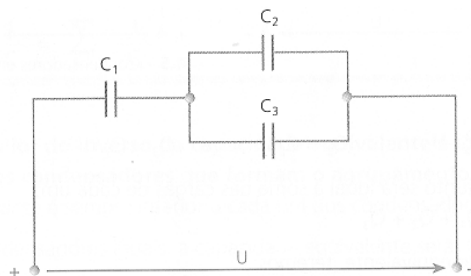


Figura 5.7 - Circuito misto

- 5.1 A capacidade equivalente do agrupamento.
- 5.2 A carga total armazenada.
- 5.3 A tensão nos terminais de cada condensador.
- 5.4 A carga armazenada por cada condensador.

### 5.1.5 Condensadores em corrente contínua. Carga e descarga do condensador.

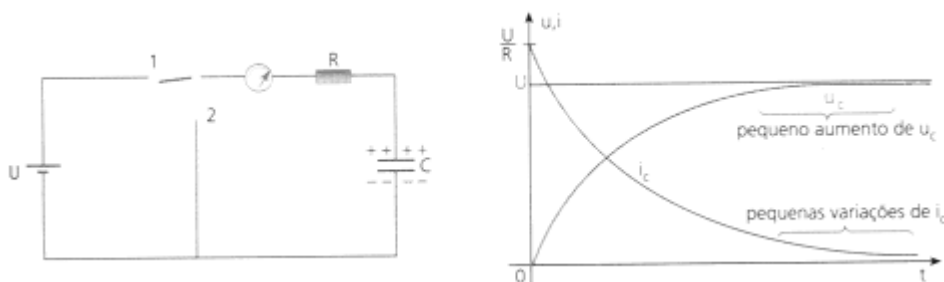


Figura 5.8 - Curvas de carga de um condensador e da corrente no circuito.

Ao ligarmos um circuito constituído por um condensador e um galvanómetro ( instrumento capaz de detectar a passagem da corrente eléctrica ), como o da figura acima, aos terminais de um gerador de corrente contínua, a f.e.m. do gerador provoca o movimento de grande número de electrões de uma armadura para outra através do circuito.

No instante da ligação a intensidade da corrente de carga tem o seu valor máximo. Um grande número de electrões são deslocados da armadura negativa para a armadura positiva, sendo atraídos pelo pólo positivo do gerador, que lança igual quantidade na outra armadura que se vai carregando negativamente. A intensidade de corrente é pois, de elevado valor, decrescendo rapidamente até se anular.

A quantidade de electricidade aumenta à medida que se vai efectuando a carga, fazendo aumentar a tensão  $U_c$  aos terminais do condensador. Quando  $U_c$  **igual** a  $U$ , cessa a corrente no circuito. O ponteiro do galvanómetro, que se deslocou bruscamente num sentido, indica agora o zero. Desligando o comutador da posição 1, o condensador mantém-se carregado.

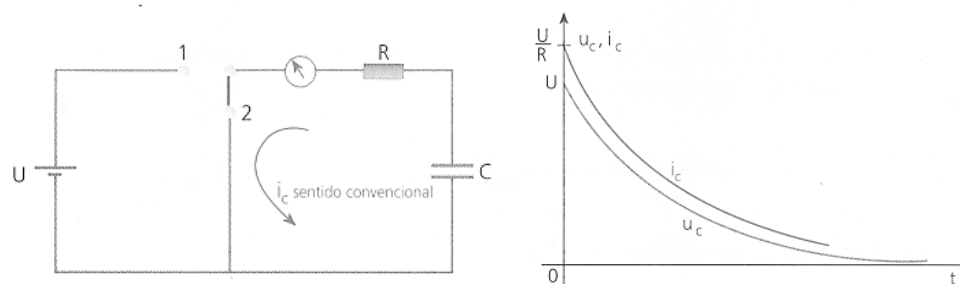


Figura 5.9 - Curvas de descarga de um condensador e respectivas formas de  $U_c$  e  $I$ .

Passando o comutador à posição 2, as armaduras do condensador são ligadas entre si, pelo que se inicia a descarga. O ponteiro do galvanómetro desloca-se em sentido contrário ao da carga.

A grande quantidade de electrões em excesso na armadura negativa passa para a armadura positiva através do circuito. De início esta corrente é bastante intensa, mas gradualmente o ponteiro vai regressando a zero, o que sucede quando também é nula a tensão entre as armaduras.

### 5.1.5.1 Constante de tempo $\tau$

Ao aplicarmos a tensão  $U_{in}$  ao circuito figura 5.10, o condensador vai carregar-se mais ou menos rapidamente, conforme os valores de  $R$  e  $C$ .

Como vimos atrás, no instante da ligação o condensador comporta-se como um curto-circuito. Com o aumento da carga, a tensão  $U_c$  aumenta, até atingir o valor da tensão de alimentação, ficando a tensão  $U_R$  nula. **A carga será tanto mais rápida, quanto menores forem os valores de  $R$  e  $C$ .**

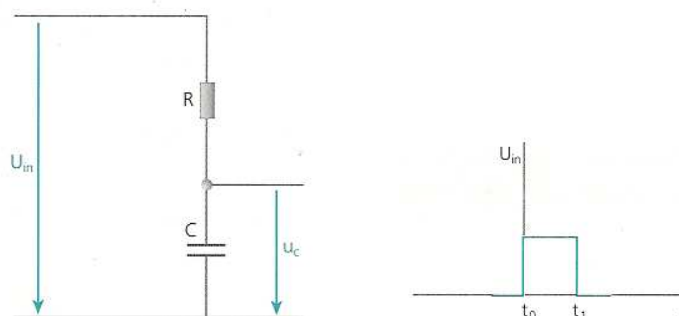


Figura 5.10 - Circuito de análise da carga e descarga de um condensador e respectiva forma da tensão  $U_{in}$ .

Assim, o produto  $R C$  designa-se por **constante de tempo do circuito**, que se representa por:

$$\tau = R \cdot C$$

A variação da tensão no condensador, assim como a variação da corrente no circuito estão representadas na figura 5.20.

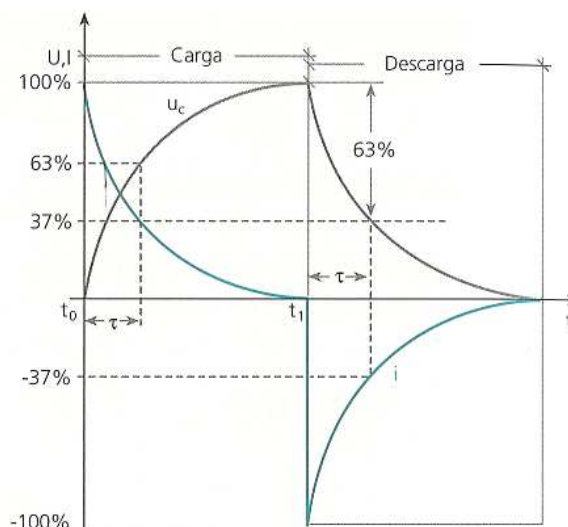


Figura 5.11 - Gráfico de carga e descarga de um condensador e respectivos valores de  $\tau$

No instante  $t_0$ , a tensão  $U_m$  é aplicada ao circuito carregando, consequentemente, o condensador. No instante  $t_1$  o condensador está na sua fase de descarga.

**A constante de tempo de um circuito define-se como o tempo necessário para que a tensão atinja 63 % da sua variação total, ou para que a corrente atinja 37 % do seu valor inicial.**

#### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - CONDENSADORES EM CORRENTE CONTÍNUA

1. Um circuito electrónico denominado como integrador possui na sua constituição uma resistência  $R=3,3K\Omega$  em série com um condensador de capacidade igual a  $0,022 \mu F$ . Calcule a constante de tempo do circuito.

## Capítulo 6 - Geradores eléctricos

### 6.1 Geradores eléctricos

Os geradores de corrente contínua mais usuais são:

- As pilhas, que transformam a energia química nelas contida em energia eléctrica
- Os acumuladores, que igualmente transformam energia química em energia eléctrica, apresentando a vantagem relativamente às pilhas de serem recarregáveis, ou seja, podem funcionar como receptores de corrente eléctrica transformando energia eléctrica em energia química.
- Os dínamos ( geradores mecânicos ), que transformam energia mecânica em energia eléctrica
- Os geradores fotoeléctricos ( células fotovoltaicas ), que transformam energia luminosa em energia eléctrica

### 6.1 Características gerais: Força electromotriz e resistência interna de um gerador.

Vimos que a corrente eléctrica é originada na d.d.p. existente nos terminais do gerador. Enquanto existir essa d.d.p. manter-se-á a corrente eléctrica, isto é, existe no pólo negativo um excesso de electrões e no pólo positivo falta deles.

É então necessário que o gerador realize internamente trabalho e consequentemente gaste energia. Daqui a necessidade do gerador dispor de energia para transformar em energia eléctrica.

Podemos dizer que a **força electromotriz ( f.e.m. )** é a causa que cria e mantém uma d.d.p. nos terminais de um gerador. Essa f.e.m. existe nos terminais independentemente do gerador se encontrar ou não ligado a um circuito.

**A f.e.m. mede-se pela d.d.p. existente nos seus terminais em circuito aberto, isto é, na ausência de corrente eléctrica. A f.e.m. exprime-se em Volt e representa-se por E.**

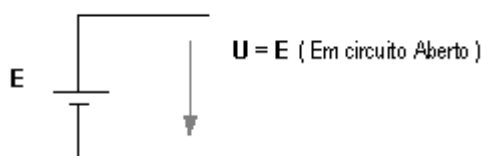


Figura 6.1 - Medição da força electromotriz

O **valor da f.e.m. de um gerador, em circuito fechado, não coincide exactamente com o valor da tensão lida no receptor**. Esta diferença deve-se ao facto do gerador apresentar uma certa oposição à passagem da corrente eléctrica, que passaremos a designar por **resistência interna do gerador (  $r_i$  )**. O valor desta resistência é normalmente baixo.

Essa resistência interna deve-se, no caso das pilhas e acumuladores, ao electrólito e, no caso dos dínamos, depende da resistência dos enrolamentos da máquina.

Analisemos a queda de tensão na resistência interna, consideremos o circuito seguinte:

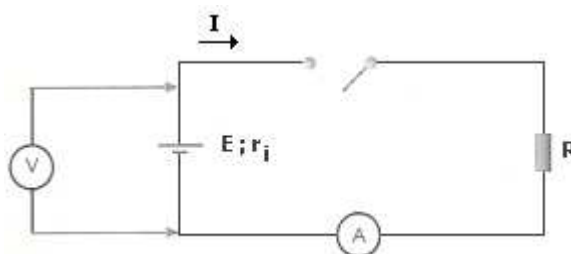


Figura 6.2 - Medição da força electromotriz num circuito

Se no circuito o interruptor se encontrar fechado, haverá passagem de corrente no circuito e consequentemente verificar-se-á na resistência interna do gerador,  $r_i$ , uma queda de tensão dada por :

$$U = r_i \times I$$

que se designa por **queda de tensão no interior do gerador**.

Assim, a d.d.p. que chegará ao circuito será então, a f.e.m. que o gerador gera menos a queda de tensão na resistência interna do gerador, ou seja:

$$U = E - r_i \times I$$

Esta expressão é designada por **Lei de ohm para um gerador**.

Podemos ainda definir qual a intensidade de corrente eléctrica no circuito, assim teremos:

$$I = \frac{E}{R + r_i}$$

Ou seja, os electrões ao circular no circuito encontra duas oposições á sua passagem, a resistência  $R$  e a resistência interna  $r_i$ .

Esquemáticamente, podemos desenhar o gerador da seguinte forma:

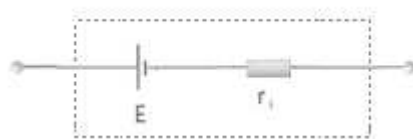


Figura 6.3 - Esquema equivalente de um gerador eléctrico

De notar que, estando o gerador desligado de qualquer circuito ( gerador em vazio ), a queda de tensão interna do gerador é nula, pois não há intensidade de corrente. Assim:

$$U = r_i \times I = 0$$

Daqui constata-se a definição introduzida na página anterior: **Quando o geradores está em circuito aberto a f.e.m é igual á d.d.p. nos seus terminais.**

$$E = U \quad (\text{Em circuito aberto})$$

Actualmente, os geradores de tensão, constituídos com componentes electrónicos, apresentam resistências internas praticamente nulas, pelo que deixa de ter sentido distinguir f.e.m. e tensão nos seus terminais.

---

#### EXERCÍCIO RESOLVIDOS

---

- 1 .Um gerador fornece uma intensidade de corrente eléctrica de 0,8 A a um circuito, quando a sua d.d.p. é de 10,9 V. Sendo a sua f.em. de 12 V, calcule a sua resistência interna.**

$$\begin{aligned} I &= 0,8 \text{ A} \\ U &= 10,9 \text{ V} \\ E &= 12 \text{ V} \\ r_i &= ? \end{aligned}$$

$$U = E - r_i \times I \Leftrightarrow 10,9 = 12 - r_i \times 0,8 \Leftrightarrow r_i = \frac{12 - 10,9}{0,8} = 1,375 \, \Omega$$

A resistência interna do gerador é de 1,375  $\Omega$ .

---

#### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO - GERADORES

---

1. Um gerador tem uma f.e.m. de 20 V e uma resistência interna de 0,5  $\Omega$ . Sabendo que fornece uma intensidade de corrente eléctrica de 2 A, determine a tensão nos seus terminais.

2. Um dínamo com  $E = 220 \text{ V}$  e resistência interna de  $1 \Omega$  alimenta um receptor térmico com resistência de  $20 \Omega$ . Calcule:

- 2.1 A intensidade de corrente absorvida pelo receptor
- 2.2 A tensão nos terminais do gerador.

## 6.2 Rendimento eléctrico

O rendimento é definido, como vimos anteriormente, pela capacidade do gerador transformar a potência total que dispõe em potência útil para ser utilizada.

No caso de um gerador eléctrico teremos:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{et}} = \frac{\text{Potência útil}}{\text{Potência eléctrica total}}$$

sabendo que:

**Potência eléctrica total ( $P_{et}$ ) =  $E \times I$**  (Potência total que o gerador dispõe)

**Potência útil ( $P_u$ ) =  $U \times I$**  (Potência que chega ao circuito)

ficará,

$$\eta = \frac{P_u}{P_{et}} = \frac{U \times I}{E \times I} = \frac{U}{E} < 1$$

É usual apresentar o valor do rendimento em %. Como vimos anteriormente, **o rendimento  $\eta$  não apresenta unidades**.

---

### EXERCICIO RESOLVIDOS

---

1. Um gerador tem nos seus terminais a tensão de  $50 \text{ V}$  e a sua f.e.m. é de  $52 \text{ V}$ . Sabendo que a potência fornecida a uma carga é de  $250 \text{ W}$ , calcule:

1.1 O rendimento do gerador eléctrico.

$$U = 50 \text{ V}$$

$$E = 52 \text{ V}$$

$$\eta = ?$$

$$\eta = \frac{U}{E} \Leftrightarrow \eta = \frac{50}{52} \times 100 \Leftrightarrow \eta = 96,1\%$$

O rendimento eléctrico do gerador é de  $96,1\%$ .

1.2 A potência de perdas.

$$P_u = 250 \text{ W}$$

$$P_p = ?$$

$\Rightarrow$  **Determinação da corrente eléctrica**

$$P_u = U \times I \Leftrightarrow 250 = 50 \times I \Leftrightarrow I = 5 \text{ A}$$



⇒ **Cálculo da potência eléctrica total**

$$P_{et} = E \times I \Leftrightarrow P_{et} = E \times I \Leftrightarrow P_{et} = 52 \times 5 \Leftrightarrow P_{et} = 260 \text{ W}$$

$$P_{et} = P_u + P_p \Leftrightarrow P_p = P_{et} - P_u \Leftrightarrow P_p = 260 - 250 \Leftrightarrow P_p = 10 \text{ W}$$

A potência de perdas é de 10 W.

### 1.3 A resistência interna.

$$U = 50 \text{ V}$$

$$E = 52 \text{ V}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

$$r_i = ?$$

$$U = E - r_i \times I \Leftrightarrow 50 = 52 - r_i \times 5 \Leftrightarrow r_i = \frac{50 - 52}{5} = 0,4 \Omega$$

A resistência interna do gerador é de 0,4  $\Omega$ .

---

## EXERCICIO DE APLICAÇÃO - GERADORES E RENDIMENTO ELÉCTRICO

---

1. Um gerador fornece 44 W, com uma intensidade de corrente de 220 mA. Sabendo que o seu rendimento eléctrico é de 80%, calcule:
  - 1.1 A tensão nos terminais do gerador.
  - 1.2 A sua força electromotriz.
  - 1.3 A sua resistência interna.
  - 1.4 A potência absorvida e a potência de perdas.

## 6.3 Associação de geradores

Por vezes há necessidade de se conseguir uma d.d.p. ou uma corrente superior aos valores que se obtêm com um único gerador. Para isso ligam-se os geradores, respectivamente, em série ou em paralelo.

### 6.3.1 Associação em série

É efectuada ligando o **terminal positivo de cada gerador ao terminal negativo do seguinte**, de forma que fiquem disponíveis apenas dois pólos de sinais contrários correspondentes ao primeiro e ao último dos elementos que constituem o agrupamento.

A **f.e.m. total** é igual à **soma das f.e.m's de cada gerador**, sendo a **resistência interna total**, da mesma forma, a **soma das resistências internas de cada gerador**.

Se todos os geradores forem iguais teremos:

$$E_T = n \cdot E$$

$$r_{it} = n \cdot r_i$$

Em que **n** é o **número de geradores associados em série**.

**Este tipo de agrupamento é usado quando se pretende aumentar a d.d.p.**

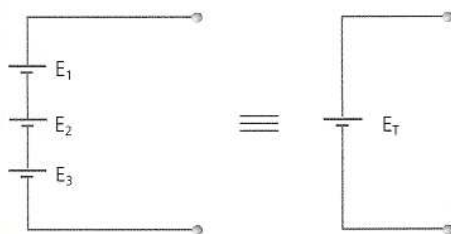


Figura 6.4 - Associação em série de geradores

### 6.3.2 Associação em paralelo

Ligam-se todos os terminais positivos ao mesmo ponto e todos os terminais negativos a um outro ponto, constituindo, respectivamente, o terminal positivo e o terminal negativo do agrupamento.

Este tipo de agrupamento exige que todos os geradores sejam iguais, caso contrário verificar-se-ão correntes de circulação entre eles.

Neste caso, a f.e.m. total do agrupamento é a de cada gerador, ou seja:

$$E_T = E_1 = E_2 = E_3 = \dots = E_n$$

Como todas as resistências internas são iguais a resistência interna total será obtida da seguinte forma:

$$r_{it} = \frac{r_i}{n}$$

A intensidade de corrente fornecida pelo agrupamento equivalente será:

$$I_T = n \cdot I$$

**Este tipo de agrupamento é usado quando se pretende aumentar a corrente .**

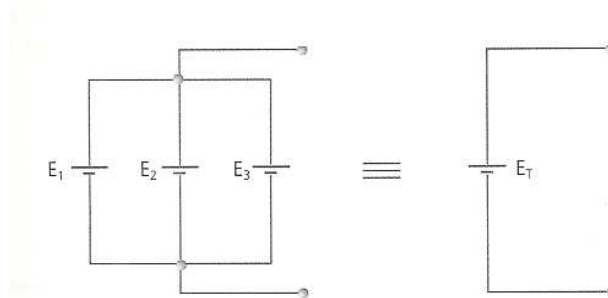


Figura 6.5 - Associação em paralelo de geradores

## EXERCÍCIO RESOLVIDOS

1. Três elementos de pilha de f.e.m. 1,5 V e resistência interna de 0,5  $\Omega$  estão ligados em série e alimentam um receptor de 7,5  $\Omega$ . Determine:

1.1 As características do gerador equivalente ( f.e.m. total e resistência interna total ).

$$\begin{aligned}E &= 1,5 \text{ V} \\r_i &= 0,5 \Omega \\E_T &= ? \\r_{it} &= ?\end{aligned}$$

$$E_T = n \cdot E \Leftrightarrow E_T = 3 \times 1,5 \Leftrightarrow E_T = 4,5 \text{ V}$$

$$r_{it} = n \cdot r_i \Leftrightarrow r_{it} = 3 \times 0,5 \Leftrightarrow r_{it} = 1,5 \Omega$$

As características do gerador equivalente são:  $E_T=4,5 \text{ V}$  e  $r_{it}=1,5 \Omega$ .

1.2 A intensidade da corrente no circuito.

$$\begin{aligned}E_T &= 4,5 \text{ V} \\r_{it} &= 1,5 \Omega\end{aligned}$$

$$I = \frac{E}{R + r_{it}} \Leftrightarrow I = \frac{4,5}{7,5 + 1,5} \Leftrightarrow I = 0,5 \text{ A}$$

A intensidade de corrente eléctrica que percorre o circuito é de 0,5 A.

1.3 A tensão nos terminais do receptor.

$$\begin{aligned}R &= 7,5 \Omega \\I &= 0,5 \text{ A} \\U &= ?\end{aligned}$$

$$U = R \times I \Leftrightarrow U = 7,5 \times 0,5 \Leftrightarrow U = 3,75 \text{ V}$$

A tensão nos terminais do receptor é de 3,75 V.

2. Associaram-se em paralelo 2 geradores, tendo cada um uma f.e.m. de 12 V e resistência interna de 0,2 Ω. Este agrupamento alimenta uma resistência com valor igual a 14,9 Ω. Calcule:

**2.1 As características do gerador equivalente.**

$$\begin{aligned} E &= 12 \text{ V} \\ r_i &= 0,2 \, \Omega \\ E_T &= ? \\ r_{it} &= ? \end{aligned}$$

$$E_T = E = 12 \text{ V}$$

$$r_{it} = \frac{r_i}{n} \Leftrightarrow r_{it} = \frac{0,2}{2} \Leftrightarrow r_{it} = 0,1 \, \Omega$$

As características do gerador equivalente são:  $E_T = 12 \text{ V}$  e  $r_{it} = 0,1 \, \Omega$ .

**2.2 A intensidade absorvida pelo receptor.**

$$\begin{aligned} E_T &= 12 \text{ V} \\ r_{it} &= 0,1 \, \Omega \end{aligned}$$

$$I = \frac{E}{R + r_{it}} \Leftrightarrow I = \frac{12}{14,9 + 0,1} \Leftrightarrow I = 0,8 \text{ A}$$

A intensidade de corrente eléctrica fornecida á resistência é de 0,8 A

**2.3 A tensão nos terminais do gerador.**

$$\begin{aligned} E &= 12 \text{ V} \\ I &= 0,8 \text{ A} \\ r_i &= 0,1 \, \Omega \\ U &= ? \end{aligned}$$

$$U = E - r_i \times I \Leftrightarrow U = 12 - 0,1 \times 0,8 \Leftrightarrow U = 11,92 \text{ V}$$

A d.d.p. nos terminais do gerador é de 11,92 V.

---

EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO - ASSOCIAÇÃO DE GERADORES

---

1. Para alimentar um determinado aparelho foi necessário associar em série seis geradores iguais sendo a f.e.m de cada um de 1,5 V e a resistência interna de 0,1 Ω. Defina as características de um gerador equivalente á associação utilizada.
2. Três geradores idênticos estão associados em paralelo, tendo cada um  $E = 12 \text{ V}$  e uma resistência interna 0,1 Ω. Determinar a corrente fornecida a uma carga de 39 Ω.

## 6.4 Capacidade e tipos de pilhas

Entende-se por capacidade a possibilidade que a pilha possui em fornecer determinada corrente durante um certo tempo. Mede-se em ampere - hora ( Ah ) ou miliampere - hora ( mAh )

$$Q = I \cdot t$$

Poderemos classificar as pilhas ou baterias ( combinação de duas ou mais pilhas ) em dois tipos:

- **Primárias** – Não recarregáveis. Fornecem energia eléctrica durante um certo tempo ao fim do qual ficam esgotadas não se podendo voltar a carregar.

#### Exemplos de pilhas primárias:

As células do tipo primário mais vulgares são as alcalinas, constituídas por um ânodo (+) em zinco, um cátodo (-) de dióxido de manganésio e carbono e um electrólito de hidróxido de potássio.

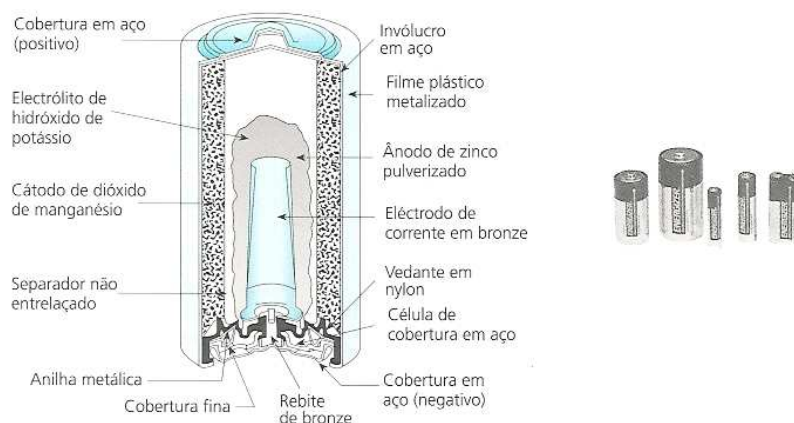


Figura 6.5 - Pilhas do tipo primário ( alcalinas )

- **Secundárias** – Recarregáveis. São pilhas que podem voltar ao seu estado inicial depois de se obter electricidade delas ( podem se recarregadas ) por acção duma diferença de potencial aplicada entre os eléctrodos. **Uma pilha ou conjunto de pilhas secundárias designa-se geralmente por acumulador.**

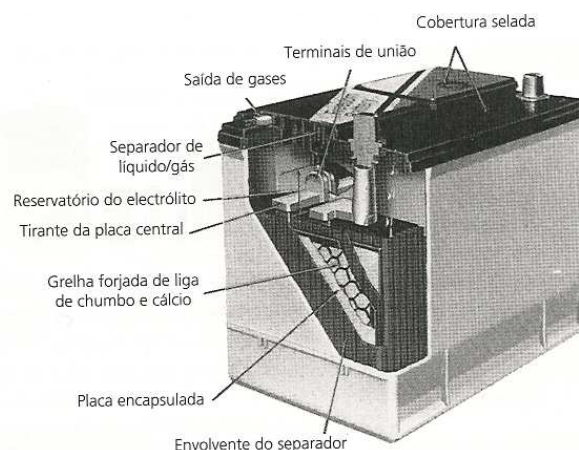
Teremos neste caso dois tipos de transformação de energia:

1. **Energia química em energia eléctrica** - aquando da descarga.
2. **Energia eléctrica em energia química** - aquando da carga ( electrólise )

#### Exemplos de pilhas secundárias ( acumuladores ):

##### Acumuladores de chumbo (acumuladores ácidos) -

São o exemplo comum das unidades industriais utilizadas nos automóveis. São geralmente formadas por 6 células ( pilhas ) em série, o electrólito é de ácido sulfúrico e os eléctrodos de chumbo ( Pb ) e de dióxido de chumbo ( PbCO<sub>2</sub> ) dispondo cada uma de uma f.e.m. de cerca de 2,1 V, pelo que a f.e.m. total será de 12,6 V. A capacidade pode variar de 40 Ah a 100 Ah.



Para se carregar uma acumulador, basta aplicar-lhe uma fonte externa, de modo a que a corrente o percorra durante um certo tempo no sentido contrário ao sentido da corrente fornecida pelo acumulador. Esta corrente de carga do acumulador remove o sulfato das placas ( $\text{SO}_4$ ) e restaura a concentração de ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ).

Figura 6.6 - Pilhas do tipo secundário ( acumulador ácido ou bateria ácida )

**Acumuladores de níquel - cádmio ( acumuladores alcalinos )** - São constituídas por um eléctrodo positivo de hidróxido de níquel  $\text{Ni}(\text{OH})_2$  e um eléctrodo negativo metálico de cádmio (Cd). O electrólito é de hidróxido de potássio (KHO).

**Acumuladores de lítio** - São utilizados em grande escala devido á sua elevada duração, grande capacidade de armazenamento de energia e pela sua leveza. Tem inúmeras aplicações desde as telecomunicações onde têm substituído as de Ni-Cd, ás áreas da medicina onde poderão ser encontrados nos pacemakers, passando pela utilização nas placas de circuito impresso.

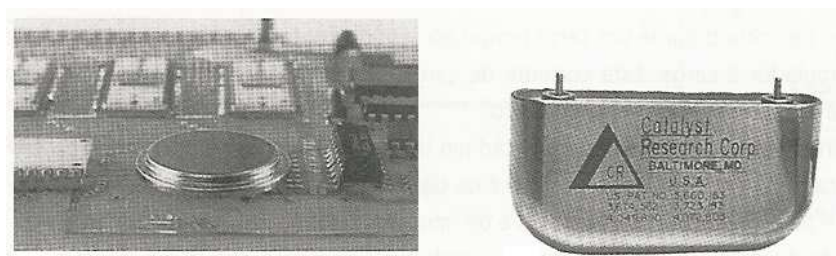


Figura 6.7 - Célula de lítio para circuito impresso ( á esquerda ) e célula de um pacemaker ( á direita )



Figura 6.8 - Célula de polímeros de lítio utilizada em telemóveis

## 6.5 Fontes de tensão e fontes de corrente. Características gerais.

### 6.5.1 Fonte de tensão

Se um gerador tiver uma força electromotriz e uma resistência interna  $R_i$ , apresenta nos seus terminais uma tensão que depende da corrente estabelecida no circuito.

Se o gerador tiver uma resistência interna nula,  $R_i = 0$ , então essa tensão será constante e igual à força electromotriz.

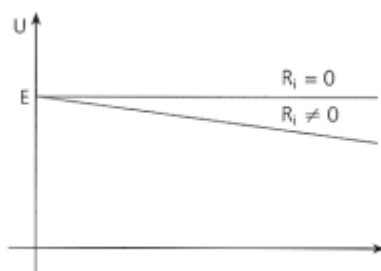


Figura 6.9 - Características da fonte de tensão ideal ( $R_i = 0$ ) e real ( $R_i \neq 0$ )

Na análise e síntese de circuitos eléctricos é normal substituir as fontes reais de energia pelas equivalentes ideais.

**Uma fonte real de tensão ou gerador de tensão é constituído por, uma fonte ideal de tensão com f.e.m. igual à da fonte real, em série com uma resistência igual à resistência interna da fonte real.**

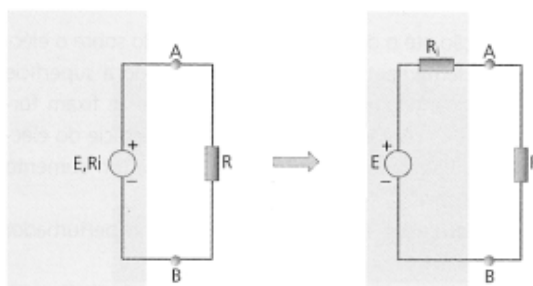


Figura 6.10 - Fonte de tensão real e sua equivalente

## 6.5.2 Fonte de corrente

Se num gerador a força electromotriz  $E$  e a sua resistência interna  $R_i$  crescerem indefinidamente, a corrente fornecida tende a ser constante, independentemente da carga que está a ser percorrida por essa corrente. Em termos gráficos corresponde ao facto de a recta da figura seguinte se tornar cada vez mais vertical.

Note-se que o quociente de duas grandezas infinitamente grandes é aqui considerado como o valor finito  $I_K = E / R_i$ .

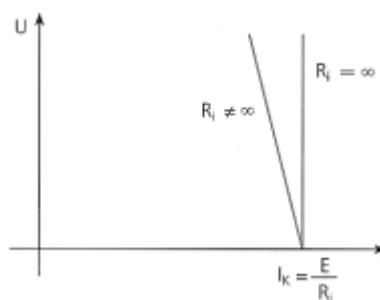


Figura 6.11 - Características da fonte de corrente ideal ( $R_i = \infty$ ) e real ( $R_i \neq \infty$ )

Analogamente, ao que fizemos para a fonte de tensão real, podemos determinar o equivalente para a fonte de corrente.

Uma fonte real de corrente ou gerador de corrente é constituído por, uma fonte ideal de corrente debitando uma corrente  $I_K = E / R_i$ , em paralelo com uma resistência igual à resistência interna da fonte real. A seta no interior do círculo indica o sentido positivo da corrente.

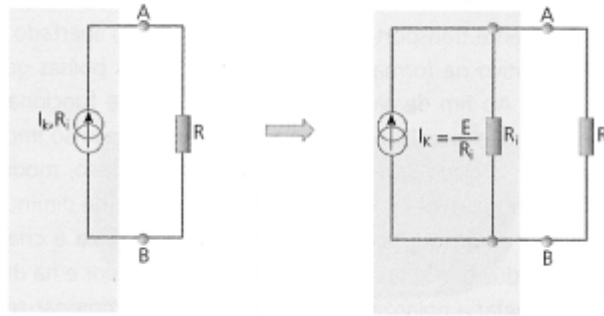


Figura 6.12 - Fonte de corrente real e sua equivalente

**NOTA:** De realçar que uma fonte ideal de tensão não pode ser substituída por uma fonte ideal de corrente.